ISSN: 2339-2541
JURNAL GAUSSIAN, Volume 4, Nomor 4, Tahun 2015, Halaman 947-956
Online di: http://ejournal-s1.undip.ac.id/index.php/gaussian

METODE LENTH PADA RANCANGAN FAKTORIAL FRAKSIONAL 3^{k-p} DENGAN ESTIMASI EFEK ALGORITMA YATES

Mutiara Ardin Rifkiani[1], Rita Rahmawati[2], Abdul Hoyyi[3]
[1]Mahasiswa Jurusan Statistika FSM Universitas Diponegoro
[2,3]Staff Pengajar Jurusan Statistika FSM Universitas Diponegoro
muthy25araa@gmail.com, ritarahmawati@gmail.com, abdulhoyyi@gmail.com

ABSTRACT

Factorial design often is used in experiments on various fields to identify the influence of main factors and interaction factors to respons were observed. A design which has k factors with three levels for each factor called 3^k factorial design. For a large number of factors, fractional factorial design 3^{k-p} is an effective alternative because it has less combination of treatment than 3^k factorial design, but it still has important needed information. In experiments conducted without repetition, determining factors that influence towards response is difficult to be analyzed if using analysis of variance. It was due to the the average of squared error absence, where error variance estimation is based on the variability of the data obtained from repeated observations. To overcome this, we use Lenth Method to identify the factors that affect the response. Lenth method uses the value of the statistic margin of error (ME) test for the main factor, and simultaneous margin of error (SME) for the interaction factor. The calculation of the statistic test ME and SME values are based on the estimated effects of each treatment. Yates algorithm is used to calculate the effect's estimation for each treatment. To clarify the discussion about this matery is given an example of fractional factorial design 3^{4-1} application with 27 experiments on combustion boiler. The results indicate that treatment factors are influenced towards the response are D, $ABCD^2, ABC, AB^2$, AC^2D^2, BC^2D^2 dan B^2CD.

Keywords: three-level fractional factorial, factorial without replication, Lenth Methods, Yates Algorithm

1. PENDAHULUAN

Rancangan percobaan sebagai salah satu metode statistika dapat dimanfaatkan untuk berbagai bidang. Rangkaian kegiatan percobaan bertujuan untuk mengamati pengaruh faktor perlakuan terhadap faktor pengamatan. Berdasarkan banyak faktor yang diteliti, rancangan percobaan dibedakan menjadi dua yaitu rancangan faktorial dan rancangan non faktorial. Rancangan faktorial merupakan suatu rancangan yang memiliki lebih dari satu faktor yang diteliti. Sedangkan rancangan non faktorial merupakan suatu rancangan yang hanya terdapat satu faktor yang diteliti. Rancangan faktorial dengan faktor sebanyak k dimana masing-masing faktor bertaraf tiga biasa disebut dengan rancangan faktorial 3^k. Semakin banyak faktor dalam rancangan faktorial, akan menyebabkan semakin bertambahnya kombinasi perlakuan.

Kombinasi perlakuan yang sangat banyak mengakibatkan ketidakefisienan pelaksanaan percobaan karena keterbatasan waktu, biaya, dan tenaga. Oleh karena itu dibutuhkan suatu rancangan dengan pengamatan yang lebih sedikit, namun tidak menghilangkan informasi penting yang diperlukan [1]. Rancangan yang tepat untuk mengatasi permasalahan tersebut adalah rancangan faktorial fraksional.

Apabila terdapat suatu kasus hanya terdapat satu pengamatan pada tiap-tiap perlakuan, maka tidak terdapat derajat bebas untuk menghitung MS_E dalam analisis varian. Akibatnya sulit melakukan interpretasi terhadap efek yang dimungkinkan berpengaruh. Metode Lenth dapat digunakan dalam mengidentifikasi efek faktor yang signifikan dari rancangan faktorial fraksional tanpa pengulangan. Untuk menghitung nilai statistik uji Metode Lenth dibutuhkan nilai estimasi efek. Algoritma Yates dapat digunakan untuk mengestimasi efek pada rancangan faktorial.

2. TINJAUAN PUSTAKA

3.1 Rancangan Faktorial 3^k

Rancangan faktorial 3^k merupakan sebuah rancangan faktorial dengan faktor sebanyak k, dimana tiap faktor terdiri dari tiga taraf. Untuk menggambarkan taraf factor, digunakan angka 0 (rendah), 1 (tingkat menengah), dan 2 (tinggi). Setiap kombinasi perlakuan dalam rancangan 3^k dilambangkan dengan k angka, dimana angka pertama menunjukkan tingkat faktor A, angka kedua menunjukkan tingkat faktor B,..., dan angka ke-k menunjukkan tingkat faktor K [4]. Sebagai contoh diberikan kombinasi faktor dari rancangan faktorial 3^2 dengan faktor A dan B, kombinasi perlakuannya dapat dilihat pada **Tabel 1**.

Tabel 1. Kombinasi Perlakuan Faktorial 3^2

No.	Faktor	
	A	B
1	0	0
2	1	0
3	2	0
4	0	1
5	1	1
6	2	1
7	0	2
8	1	2
9	2	2

3.2 Model Linier Rancangan Faktorial

Model linier untuk rancangan faktorial 3^k tanpa pengulangan adalah sebagai berikut:.

$$y_{ij\dots l} = \mu + \tau_i + \beta_j + \cdots + \gamma_l + (\tau\beta)_{ij} + \cdots + (\tau\beta \dots \gamma)_{ij\dots l} + \varepsilon_{ij\dots l}$$

dengan : $i = 1,2,3;\ j = 1,2,3;\ \dots;\ l = 1,2,3$

$y_{ij\dots l}$: pengamatan yang mendapat perlakuan faktor A taraf ke-i, faktor B taraf ke-j, sampai faktor K taraf ke- l

μ : rata-rata keseluruhan

τ_i : efek taraf ke-i dari faktor ke-1

β_j : efek taraf ke-j dari faktor ke-2

$\vdots$

γ_l : efek taraf ke- l dari faktor ke-k

$(\tau\beta)_{ij}$: efek interaksi antara faktor ke-1 taraf ke-i dan ke-2 taraf ke-j

$\vdots$

$(\tau\beta \dots \gamma)_{ij\dots l}$: efek interaksi antara faktor ke-1 taraf ke-i, ke-2 taraf ke-j,...ke-k taraf ke- l

$\varepsilon_{ij\dots l}$: komponen error random

3.3 Uji Asumsi Rancangan Faktorial

Ranacangan faktorial diasumsikan bahwa faktor-faktornya tetap, komponen error random diasumsikan berdistribusi normal dan independen dengan mean nol dan variansi σ^2 atau ditulis $\varepsilon_{ij\dots l} \sim NID(0, \sigma^2)$ [4].

a. Asumsi Normalitas

Untuk pengujian normalitas dapat digunakan uji Kolmogorov-Smirnov [2]:
Hipotesisnya sebagai berikut

H_0 : $F(Y) = F_0(Y)$ untuk semua nilai Y (data residual menyebar normal)
H_1 : $F(Y) \neq F_0(Y)$ untuk sekurang-kurangnya sebuah nilai Y (data residual tidak menyebar normal)

Statistik Uji : $D = \sup |F_n(Y) - F_0(Y)|$
dengan: $F_n(Y)$: Fungsi distribusi kumulatif sampel.
$F_0(Y)$: fungsi distribusi kumulatif normal standar.

Keputusan : Jika nilai $D > D_{N;\alpha}$, maka H_0 ditolak.

b. Asumsi Kesamaan Variansi

Pengujian kesamaan variansi dapat dilakukan menggunakan uji visual dengan melihat plot antara residual dengan nilai prediksi (*fitted values*). Jika model memenuhi asumsi kesamaan variansi, plot tersebut seharusnya tidak menunjukkan pola yang jelas atau menunjukkan titik-titik acak [4]

3.4 Estimasi Efek Faktorial 3^k

Rancangan faktorial memiliki kombinasi perlakuan untuk efek utama dan efek interaksi. Algoritma Yates yang dikenalkan oleh Yates (1937) merupakan metode untuk menentukan estimasi efek dan jumlah kuadrat pada rancangan faktorial.

Tabel 2. Teknik Yates untuk Percobaan Factorial 3^2

Kombinasi Perlakuan	Respon	(1)	(2)	
00	(1)	$(1)+a+a^2$	$(1)+a+a^2+b+ab+a^2b+b^2+ab^2+a^2b^2$	Jumlah
10	a	$b+ab+a^2b$	$a^2-(1)+a^2b-b+a^2b^2-b^2$	Kontras A_L
20	a^2	$b^2+ab^2+a^2b^2$	$(1)+a^2-2a+b+a^2b-2ab+b^2+a^2b^2-2ab^2$	Kontras A_Q
01	b	$a^2-(1)$	$b^2+ab^2+a^2b^2-(1)-a-a^2$	Kontras B_L
11	ab	a^2b-b	$a^2b^2-b^2-a^2+(1)$	Kontras A_LB_L
21	a^2b	$a^2b^2-b^2$	$b^2+a^2b^2-2ab^2-(1)-a^2+2a$	Kontras A_QB_L
02	b^2	$(1)+a^2-2a$	$(1)+a+a^2+b^2+ab^2+a^2b^2-2b-2ab-2a^2b$	Kontras B_Q
12	ab^2	$b+a^2b-2ab$	$a^2-(1)+a^2b^2-b^2-2a^2b-2b$	Kontras A_LB_Q
22	a^2b^2	$b^2+a^2b^2-2ab^2$	$(1)+a^2-2a+b^2+a^2b^2-2ab^2-2b-2a^2b+4ab$	Kontras A_QB_Q

Metode Yates yang digambarkan pada **Tabel 2** dikerjakan melalui tahap berikut [6]:

1. Meletakkan kombinasi perlakuan ditulis ke bawah menurut urutan baku.
2. Menambahkan kolom respon yang berisi hasil observasi yang bersesuaian pada kombinasi perlakuan.
3. Anggota dari kolom (1) dihitung sebagai berikut: sepertiga kolom pertama diperoleh dengan menjumlahkan ketiga bilangan dari kolom respon pada masing-masing set, sepertiga kolom kedua diperoleh dengan mengurangkan bilangan ketiga dengan bilangan pertama dari kolom respon pada masing-masing set, sepertiga kolom terakhir diperoleh dengan menjumlahkan bilangan pertama dan bilangan ketiga kemudian dikurangi dua kali bilangan kedua dari masing-masing set.
4. Kolom (2) diperoleh dari kolom (1) dengan cara yang sama, selanjutnya kolom (3) diperoleh dari kolom (2) dan seterusnya hingga kolom ke-k.
5. Nilai pertama lajur ke-k adalah jumlah seluruh hasil dalam percobaan. Tiap nilai lainnya merupakan kontras dalam jumlah perlakuan. Akhirnya, jumlah kuadrat pengaruh utama dan pengaruh interaksi diperoleh dengan mengkuadratkan isian di lajur (k) kemudian membagi dengan 2^r3^tn, dimana r merupakan banyaknya faktor yang terdapat pada kolom efek, sedangkan t merupakan banyaknya faktor dikurangi banyaknya efek linier, dan n adalah banyaknya ulangan.

2.6 Pengujian Hipotesis

Untuk mengetahui faktor perlakuan mana yang signifikan, perlu dilakukan pengujian hipotesis. Hipotesis yang dapat diambil adalah sebagai berikut:

Pengaruh efek utama faktor β_i

H_0 : β_i = 0; i = 1, 2, 3 (tidak ada pengaruh faktor β_i terhadap respon)

H_1 : Paling sedikit terdapat satu $\beta_i \neq 0$ (ada pengaruh faktor β_i terhadap respon)

Pengaruh interaksi dua faktor

H_0 : $(\alpha\beta)_{11} = \cdots = (\alpha\beta)_{ij} = \cdots = (\alpha\beta)_{33} = 0$; i, j = 1, 2, 3 (tidak ada pengaruh interaksi faktor terhadap respon)

H_1 : Paling sedikit terdapat satu $(\alpha\beta)_{ij} \neq 0$ (ada pengaruh interaksi faktor terhadap)

⋮

Pengaruh interaksi k faktor

H_0 : $(\alpha\beta \ldots \gamma)_{11\ldots1} = \cdots = (\alpha\beta \ldots \gamma)_{ij\ldots k} = \cdots = 0$; i, j,...,k = 1, 2, 3 (tidak ada pengaruh interaksi faktor terhadap respon)

H_1 : Paling sedikit terdapat satu $(\alpha\beta \ldots \gamma)_{ij\ldots k} \neq 0$ (ada pengaruh interaksi faktor terhadap respon)

2.7 Blok dan Pembauran *(Confounding)*

Pembauran *(confounding)* adalah suatu teknik rancangan untuk menyusun satu percobaan faktorial penuh dalam blok-blok, dengan ukuran blok yang lebih kecil dari jumlah kombinasi perlakuan dari satu ulangan lengkap [4]. Teknik ini menyebabkan informasi tentang efek tertentu (biasanya interaksi order yang lebih tinggi) menjadi tidak dapat dibedakan atau berbaur dengan blok [4]. Efek yang dibaurkan biasanya pada interaksi faktor yang order tinggi. Untuk menyusun blok-blok atau menentukan kombinasi perlakuan yang menempati blok-blok yang sama digunakan fungsi kontras penentu *(defining contras)*. Setelah memilih p efek yang akan dibaurkan dalam blok, dibentuk suatu fungsi yang disebut kontras penentu *(defining contras)* $L_1, L_2, \ldots, L_P$ yang berkaitan dengan efek yang akan dibaurkan. Secara umum kontras penentu dituliskan sebagai berikut:

$$L_i = a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_kx_k, \quad i = 1,2,\ldots,p \ (L_i = \text{mod}3) \qquad (1)$$

dengan x_i adalah taraf faktor ke-i dari suatu kombinasi perlakuan tertentu dan a_i adalah eksponen dari faktor ke-i dalam efek yang akan dibaurkan.

2.8 Desain Faktorial Fraksional 3^k

Sebuah rancangan faktorial penuh 3^k dengan perulangan tunggal akan membutuhkan 3^k amatan yang akan mengestimasi k efek utama, $\binom{k}{2}$ efek interaksi dua faktor, $\binom{k}{3}$ efek interaksi tiga faktor sampai dengan satu efek interaksi k faktor dan rata-rata keseluruhan, dan ini akan berkembang seiring dengan bertambahnya jumlah faktor, hal ini akan memerlukan biaya, waktu dan tenaga yang banyak [4].

Sebagian besar praktek, interaksi order yang lebih tinggi yaitu tiga faktor atau lebih sering dianggap dapat diabaikan, karena terdapat kecenderungan adanya suatu susunan tertentu, dalam istilah besaran efek utama cenderung lebih besar dari interaksi tiga faktor dan seterusnya [4]. Sering juga terjadi bahwa beberapa faktor mempunyai efek yang sama jika jumlah faktor yang dipelajari cukup besar. Jika hal ini terjadi, rancangan faktorial fraksional yang menggunakan jumlah amatan yang lebih kecil dapat dipakai untuk memperoleh informasi tentang faktor perlakuan yang memberi pengaruh terhadap respon.

2.9 Pecahan Sepertiga *(one-third fraction)* dari Rancangan Faktorial 3^k

Rancangan 3^{k-1} ini pada dasarnya merupakan rancangan 3^k yang dipisah menjadi 3 blok. Setiap blok mempunyai 3^{k-1} amatan yang merupakan faktorial fraksional 3^{k-1}. Salah satu dari ketiga blok tersebut dipilih untuk digunakan dalam percobaan. Sebuah rancangan 3^{k-1} dibentuk dengan memilih $AB^{\alpha_2}C^{\alpha_3} \dots K^{\alpha_k}$ komponen dari interaksi yang digunakan untuk membatasi blok, disebut pembangkit atau generator [4]. Di mana $\alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_k$ menyatakan taraf faktor. Kolom identitas I dapat disamakan dengan $AB^{\alpha_2}C^{\alpha_3} \dots K^{\alpha_k}$. Relasi ini disebut relasi penentu *(defining relation)* dari rancangan faktorial fraksional 3^{k-1}. Relasi penentu dapat digunakan untuk menentukan struktur alias dari rancangan faktorial fraksional. Secara umum untuk rancangan 3^{k-1} , masing-masing kombinasi efek yang diestimasi mempunyai dua alias yang diperoleh dengan mengalikan efek tersebut dengan relasi penentu $I = AB^{\alpha_2}C^{\alpha_3} \dots K^{\alpha_k}$ dan $I^2 mod$ 3.

Kombinasi perlakuan pada rancangan 3^{k-1} dengan relasi penentu $I = AB^{\alpha_2}C^{\alpha_3} \dots K^{\alpha_k}$ diperoleh dengan menuliskan sebuah rancangan faktorial penuh dalam (k-1) faktor sebagai rancangan dasar, selanjutnya menambahkan faktor ke-k dengan menyamakan taraf x_k untuk memiliki komponen dari interaksi order yang lebih tinggi yaitu $AB^{\alpha_2}C^{\alpha_3} \dots (K-1)^{\alpha_k - 1}$ dengan persamaan

$$x_k = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_{k-1} x_{k-1} \tag{2}$$

dengan $\beta_i = (3 - \alpha_k)\alpha_i$ (mod 3) untuk $1 \leq i \leq k-1$

2.10 Rancangan Resolusi

Klasifikasi dengan rancangan resolusi merupakan cara yang bermanfaat untuk mengklasifikasikan rancangan faktorial fraksional menurut pola alias yang dihasilkan. Ada tiga macam rancangan resolusi yang penting yaitu [4]:

1. Rancangan Resolusi III : Tidak ada efek utama yang memiliki alias atau dibaurkan dengan sembarangan efek utama lainnya. Tetapi efek utama beralias dengan interaksi dua-faktor dan interaksi dua-faktor beralias dengan interaksi dua-faktor lainnya.
2. Rancangan Resolusi IV: Efek utama bebas dari interaksi dua-faktor dan beberapa interaksi dua-faktor saling beralias satu sama lain
3. Rancangan Resolusi V: Tidak ada efek utama atau interaksi dua-faktor beralias dengan efek utama atau interaksi dua-faktor lainnya, tapi interaksi dua faktor beralias dengan interaksi tiga faktor.

3. METODE PENELITIAN

3.1. Sumber Data

Data yang digunakan adalah data sekunder, yaitu data yang bersumber dari tesis yang berjudul “Identifikasi Faktor Signifikan Rancangan Faktorial Fraksional Tanpa Pengulangan dengan Metode Bissell, Lenth, dan Fang” disusun oleh Adnan Sauddin (2006). Data yang diambil adalah data pembakaran pada mesin Boiler sebanyak 27 data menggunakan rancangan faktorial fraksional 3^{4-1} dengan relasi penentu $= ABCD$.

3.2 Faktor Penelitian

Digunakan 4 faktor, dimana masing-masing faktor memiliki 3 taraf. Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada **Tabel 3**.

Tabel 3. Faktor dan Taraf-taraf Data Pembakaran pada Boiler

Faktor	Taraf rendah	Taraf menengah	Taraf tinggi
	(0)	(1)	(2)
A (sudut pengarah nosel)	-10	0	10
B (distribusi udara)	elevasi sudut atas	tengah	bawah
C (kombinasi elemen nosel)	-1,2 mbar	0 mbar	1,6 mbar
D (sudut pengarah nosel)	-10	0	10

3.1 Teknik Pengolahan Data

Langkah-langkah yang akan dilakukan dalam menentukan faktor yang signifikan pada rancangan Faktorial Fraksional 3^{k-p} tanpa pengulangan dengan metode Lenth adalah sebagai berikut:

1. Menentukan $k = 4$ dan $p = 1$.
2. Menentukan relasi penentu sebagai dasar dalam mengkontruksi rancangan Faktorial Fraksional 3^{4-1}.
3. Menentukan Struktur alias dan kombinasi perlakuan.
4. Menyusun sebuah rancangan factorial 3^3 sebagai rancangan dasar. Selanjutnya menambahkan faktor ke-k komponen dari interaksi order yang lebih tinggi .
5. Dari rancangan yang dibuat, maka diperoleh data sesuai dengan kombinasi perlakuan yang telah disusun.
6. Melakukan uji asumsi normalitas dan kesamaan varian.
7. Menentukan estimasi efek masing-masing faktor baik faktor utama maupun interaksi 3^{4-1} dengan menggunakan Algoritma Yates.
8. Melakukan identifikasi faktor signifikan dengan Metode Lenth.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Metode Lenth

Metode Lenth adalah metode untuk memutuskan efek mana yang berpengaruh pada analisis percobaan tanpa pengulangan [3]. Dalam Metode Lenth digunakan nilai $c_1, c_2, \dots, c_q$ yang menunjukkan estimasi q efek untuk perhitungan nilai statistik uji. Perhitungan statistik ujinya melibatkan dua tahap yaitu menghitung yaitu penaksir awal dan penaksir akhir.

Rumus penaksir awal dirumuskan sebagai berikut [3]:

$$s_0 = 1{,}5 \cdot median\{|c_h|\} \tag{3}$$

dimana, $\boldsymbol{c_h}$ **:** estimator efek faktor ke-h; $h = 1,2, \dots, q$

Nilai penaksir awal tersebut akan digunakan untuk menghitung penaksir akhir.

Penaksir akhir atau *PSE (pseudo standard error)* dirumuskan sebagai berikut [3]:

$$PSE = 1{,}5 \times median|c_h|, \text{ dengan syarat } |c_h| < 2{,}5 s_0 \tag{4}$$

Margin Error (ME) digunakan untuk menguji signifikansi efek individu. Apabila nilai mutlak penaksir efek individu lebih besar dari nilai ME maka efek tersebut signifikan. Rumus ME adalah [3]:

$$ME = t_{\alpha/2,d} \times PSE \tag{5}$$

derajat kebebasannya dari distribusi t didefinisikan sebagai $d = m/3$, dengan $m = N - 1$ dimana N merupakan banyaknya observasi.

Untuk menguji signifikansi efek kelompok atau efek interaksi, Lenth menggunakan *Simultan Margin of Error* (SME). Apabila nilai mutlak dari penaksir efek interaksi lebih besar dari nilai SME, maka efek tersebut signifikan. Rumus perhitungan SME dapat ditentukan dengan [4]:

$$SME = t_{\gamma,d} \times PSE \tag{6}$$

dimana titik prosentase dari distribusi t yang digunakan adalah $\gamma = 1 - (1 + 0{,}95^{\frac{1}{m}})/2$

4.2. Contoh Kasus Rancangan Faktorial Fraksional $3^{k\text{-}p}$ dengan Metode Lenth

Percobaan tersebut dilakukan untuk menyelidiki faktor yang mempengaruhi pembakaran pada Boiler. Untuk mengamati faktor yang berpengaruh, baik itu faktor utama maupun faktor interaksi, dibutuhkan sebanyak 3^4 = 81 kombinasi perlakuan untuk rancangan faktorial penuh. Karena keterbatasan waktu, biaya dan tenaga dalam proses penelitian, percobaan hanya dapat dilakukan dengan 27 pengamatan. Maka digunakan rancangan Faktorial Fraksional 3^{4-1} dengan satu kali pengamatan pada setiap perlakuannya.

4.2.1. Struktur Alias

Rancangan ini termasuk rancangan resolusi IV, dengan $I = ABCD$ diperoleh struktur alias pada rancangan Faktorial Fraksional 3^{4-1} yang dapat dilihat pada **Tabel 4**.

Tabel 4. Struktur Alias Rancangan Faktorial Fraksional dengan $I = ABCD$

Efek	I	I^2
A	$AB^2C^2D^2$	BCD
B	AB^2CD	ACD
C	ABC^2D	ABD
D	$ABCD^2$	ABC
AB	ABC^2D^2	CD
AB^2	AC^2D^2	$BC^2D^2 = B^2CD$
AC	AB^2CD^2	BD
AC^2	AB^2D^2	$B^2CD^2 = BC^2D$
AD	AB^2C^2D	BC
AD^2	AB^2C^2	$B^2C^2D = BCD^2$
BC^2	AB^2D	AC^2D
BD^2	AB^2C	ACD^2
CD^2	ABC^2	ABD^2

4.2.2. Rancangan Faktorial Fraksional 3^{4-1}

Pembentukan rancangan faktorial fraksional 3^{4-1} dilakukan dengan membentuk rancangan faktorial penuh 3^3 terlebih dahulu sebagai rancangan dasar. Faktor keempat ditambahkan berdasarkan relasi penentu yang dipilih dan kombinasi tiga faktor yang telah terbentuk. Dengan $I = ABCD$, maka nilai $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_4 = \alpha_3 = 1$. Sehingga dapat dihitung β_1, β_2 dan β_3 sebagai berikut:

$\beta_1 = (3-1)1(mod\ 3) = 2; \beta_2 = (3-1)1(mod\ 3) = 2; \beta_3 = (3-1)1(mod\ 3) = 2$

Berdasarkan persamaan (2) terbentuk persamaan sebagai berikut

$$x_4 = 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 \qquad (7)$$

Faktor keempat yang akan ditambahkan berdasarkan persamaan (7), sehingga diperoleh rancangan pada **Tabel 5**.

Tabel 5. Rancangan Faktorial Fraksional 3^{4-1} dengan $I = ABC^2D$

A	B	C	D	Y
0	0	0	0	60
0	0	1	2	78
0	0	2	1	100
0	1	0	2	52
0	1	1	1	50
0	1	2	0	42
0	2	0	1	98
0	2	1	0	66
0	2	2	2	88
1	0	0	2	70
1	0	1	1	60
1	0	2	0	60
1	1	0	1	38
1	1	1	0	10
1	1	2	2	30
1	2	0	0	58
1	2	1	2	54
1	2	2	1	74
2	0	0	1	80
2	0	1	0	72
2	0	2	2	92
2	1	0	0	46
2	1	1	2	62
2	1	2	1	62
2	2	0	2	90
2	2	1	1	86
2	2	2	0	82

4.2.3. Uji Asumsi

1. Asumsi Normalitas

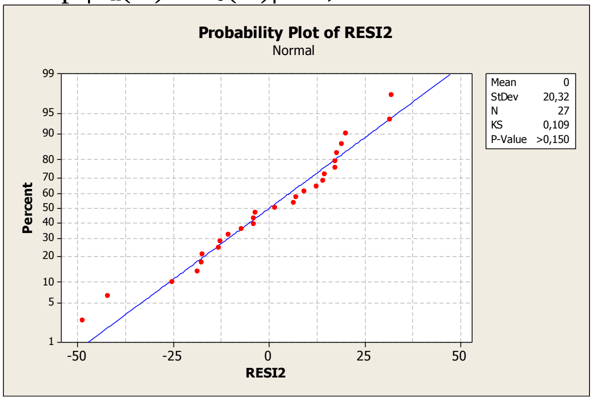
Digunakan uji Kolmogorov-Smirnov untuk mengecek kenormalan data residual.

Hipotesis: H_0 = data residual menyebar normal

H_1 = data residual tidak menyebar normal

Taraf signifikansi: $\alpha = 5\%$

Statistik Uji: $D = \sup |F_n(Y) - F_0(Y)| = 0{,}109$



Gambar 1. *Normal Probability Plot*

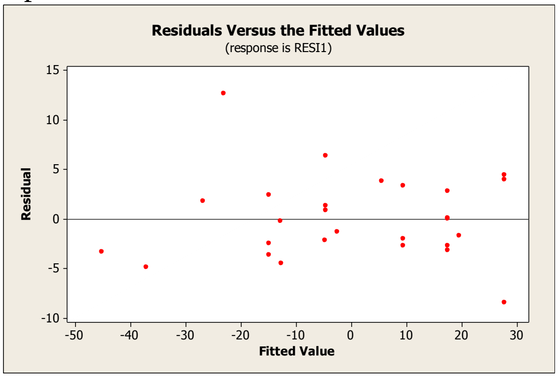
Daerah penolakan: tolak H_0 jika nilai satistik uji Kolmogorov-Sirnov (D) lebih besar dari nilai tabel Kolmogorov-Smirnov.

Keputusan: H_0 diterima, karena $(D = 0{,}109) < (D_{27;5\%} = 0{,}254)$

Kesimpulan: Jadi pada taraf signifikansi $\alpha = 5\%$ data residual menyebar normal

2. Asumsi Kesamaan Variansi

Digunakan uji secara visual untuk melihat apakah variansi setiap perlakuan homogen. **Gambar 2** menunjukkan plot antara residual dengan nilai prediksinya. Gambar tersebut menunjukkan bahwa titik-titiknya acak atau tidak membentuk suatu pola tertentu. Sehingga dapat disimpulkan bahwa asumsi kesamaan variansi pada perlakuan terpenuhi



Gambar 2. Uji Visual Kesamaan Variansi

4.2.4. Estimasi Efek dengan Algoritma Yates

Dari hasil perhitungan estimasi efek perlakuan yang telah dilakukan dengan bantuan software Microsoft Excel menggunakan prosedur Algoritma Yates, diperoleh hasil yang dapat dilihat pada **Tabel 6**.

Tabel 6. Estimasi Efek dengan Algoritma Yates

Efek	Estimasi efek
A	12,67
B	-44,00
C	12,67
D	68,00
AB	37,33
AB^2	170,67
AC	0,00
AC^2	14,67
AD	68,00
AD^2	-7,33
BC^2	18,00
BD^2	36,00
CD^2	32,67

4.2.5. Identifikasi Efek Signifikan dengan Metode Lenth

Dalam Metode Lenth perhitungan nilai statistik uji terdapat dua kelompok yang akan diuji. Kelompok pertama adalah uji hipotesis untuk efek utama, dimana efek utama adalah c_A, c_B, c_C, c_D. Sedangkan kelompok kedua adalah uji hipotesis untuk efek interaksi, dimana efek interaksi adalah $c_{AB}, c_{\mathrm{AB}^2}, c_{AC}, c_{\mathrm{AC}^2}, c_{AD}, c_{\mathrm{AD}^2}, c_{BC^2}, c_{BD^2}, c_{CD^2}$. Secara umum hipotesis yang akan diuji adalah:

$H_0 = \beta_i = 0$; $i = 1,2,3, \ldots .15$ (tidak ada pengaruh perlakuan terhadap respon teramati)

$H_1 = \beta_i \neq 0$ (ada pengaruh perlakuan terhadap respon teramati)

Taraf signifikansi $\alpha = 5\%$

Statistik uji:

$$s_0 = 1{,}5 \cdot median|c_h| \; = 1{,}5 \times 18{,}00 = 27{,}00$$

$$PSE = 1{,}5 \times median|c_h| = 1{,}5 \times 13{,}67 = 20{,}5$$

dengan syarat $|c_h| < 2{,}5 s_0$

$$ME = t_{\alpha/2,d} \times PSE = 2{,}306 \times 20{,}5 = 47{,}27$$

Dimana, $d = \frac{27-1}{3} = 8{,}67$

$t_{0{,}025;8{,}67} = 2{,}306$

$SME = t_{\gamma,d} \times PSE = 4{,}5119 \times 20{,}5 = 92{,}4939$

Dimana, $d = \frac{27-1}{3} = 8{,}67$; $\gamma = 1 - \frac{1+0{,}95^{\frac{1}{26}}}{2} = 0{,}00099$

$t_{0{,}0009;8{,}67} = 4{,}5119$

Daerah penolakan: H_0 ditolak jika $ME > |c_h|$ untuk efek utama, $SME > |c_h|$ untuk efek interaksi.

Kesimpulan: Faktor yang signifikan adalah efek utama D dan efek interaksi AB^2. Dimana efek utama D beralias dengan $ABCD^2$ dan ABC. Sedangkan efek interaksi AB^2 beralias dengan AC^2D^2, BC^2D^2 dan B^2CD. Maka efek perlakuan yang bepengaruh terhadap model adalah D, $ABCD^2$, ABC, AB^2, AC^2D^2, BC^2D^2 dan B^2CD.

5. KESIMPULAN

Berdasarkan penjelasan, maka dapat diambil beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Rancangan faktorial fraksional 3^{k-p} dengan jumlah amatan yang lebih sedikit dari faktorial penuh 3^k, mampu tidak menghilangkan informasi penting yang diperlukan.
2. Efek perlakuan pada rancangan 3^{4-1} dapat diestimasi menggunakan Algoritma Yates. Terdapat sebanyak 13 efek yang diestimasi berdasarkan struktur alias yaitu: A, B, C, D, AB, AB^2, AC, AC^2, AD, AD^2, BC^2, BD^2, CD^2.
3. Metode Lenth dapat digunakan untuk mengidentifikasi faktor perlakuan mana yang signifikan jika percobaan dilakukan tanpa pengulangan. Hasil analisis pada pembahasan dengan metode Lenth diperoleh hasil untuk data pembakaran pada mesin Boiler bahwa faktor yang berpengaruh terhadap respon Y adalah D dan AB^2. Dimana efek utama D beralias dengan $ABCD^2$ dan ABC. Sedangkan efek interaksi AB^2 beralias dengan AC^2D^2, BC^2D^2 dan B^2CD. Maka efek perlakuan yang bepengaruh terhadap model adalah D, $ABCD^2$, ABC, AB^2, AC^2D^2, BC^2D^2 dan B^2CD.

DAFTAR PUSTAKA

1. Ariski, N, Anisa dan Sirajang, N. *Rancangan Faktorial Fraksional (FF) 3^{k-p} dan Penggunaan Metode Bissell untuk Mengidentifikasi Faktor Signifikan*. Jurnal Matematika, Statistika dan Komputasi, Makasar. 2013.
2. Daniel, W. *Statistik Nonparametrik Terapan*. Diterjemahkan oleh: Alex Tri Kantjono W. Jakarta: Gramedia. Dari buku yang berjudul: *Applied Nonparametric Statistics*. 1989.
3. Lenth, R.V. *Lenth's Method for the Analysing of Unreplicated Experiments*. USA: The University of Iowa. 2006.
4. Montgomery, D.C. *Design and Analysis of Experiment* 7th edition. New York: Jhon Wiley & Sons, New York. 2009.
5. Suwanda. *Desain Eksperimen untuk Penelitian Ilmiah*. ALFABETA, Bandung. 2011.2
6. Walpole, R.E dan Myers, R.H. *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuan*. Diterjemahkan oleh: Dr. RK Sembiring. Penerbit ITB, Bandung. Dari buku yang berjudul: *Probability and statistics for engineers and scientists*.