ISSN: 2339-2541
JURNAL GAUSSIAN, Volume 4, Nomor 4, Tahun 2015, Halaman 755-764
Online di: http://ejournal-s1.undip.ac.id/index.php/gaussian

ANALISIS PROCRUSTES PADA INDIKATOR INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA (IPM) DI KABUPATEN/KOTA PROVINSI JAWA TENGAH (STUDI KASUS IPM TAHUN 2008 DAN 2013)

Bunga Maharani[1], Moch. Abdul Mukid[2], Suparti[3]
[1]Mahasiswa Jurusan Statistika FSM Universitas Diponegoro
[2,3]Staff Pengajar Jurusan Statistika FSM Universitas Diponegoro
bungamaharani59@gmail.com, mamukid@gmail.com, supartisudargo@yahoo.co.id

ABSTRACT

Human Development Index (HDI) as a measure of development in the performance of a whole formed through the approach of the four indicators which is real expenditure per capita, the average length of school, literacy rates and life expectancy. To learn about how the in contributing each indicators need to be identified the changes that occurred. Of the changes can use these as an ingredient of analysis in order to cope with or reduce the problems of development to realize the quality sustainably. Hence, this study aims to know of the changes of HDI in Central Java by mapping position of districts there are into a map geometry resulting from metric multidimensional scaling analysis. Where in 2008 as the beginning of leadership and 2013 as the end of leadership of Provincial Governor of Central Java Mr. Bibit Waluyo for five years served. By using an analysis procrustes, obtained the results that in the early period and the end of having the consistency of 90,53 %. In other words, the similarity of the large this indicates that at the beginning and end leadership of relatively no change.
Keywords: Indicator, Map geometry, Metric multidimensional scaling, Changes analysis procrustes.

1. PENDAHULUAN

Pembangunan manusia adalah sebuah proses pembangunan yang bertujuan agar mampu memiliki lebih banyak pilihan, khususnya dalam pendapatan, kesehatan dan pendidikan. Pembangunan manusia sebagai ukuran kinerja pembangunan secara keseluruhan dibentuk melalui pendekatan tiga dimensi. Dimensi tersebut mencakup dimensi umur panjang dan sehat; dimensi pengetahuan; dan dimensi kehidupan yang layak, serta masing-masing dimensi dipresentasikan oleh indikator. Dimensi umur panjang dan sehat dipresentasikan oleh indikator angka harapan hidup, dimensi pengetahuan dipresentasikan oleh indikator angka melek huruf dan rata-rata lamanya sekolah, serta dimensi kehidupan yang layak dipresentasikan oleh indikator kemampuan daya beli atau pengeluaran riil per kapita. Semua indikator yang mempresentasikan ketiga dimensi pembangunan manusia ini terangkum dalam satu nilai tunggal, yaitu angka Indeks Pembangunan Manusia (IPM) [2].

Berbagai ukuran pembangunan manusia dibuat namun tidak semuanya dapat digunakan sebagai ukuran standar yang dapat dibandingkan antar wilayah atau antar negara. Oleh karena itu Badan Perserikatan Bangsa Bangsa (PBB) menetapkan suatu ukuran standar pembangunan manusia yaitu Indeks Pembangunan Manusia (IPM) atau *Human Development Index* (HDI) [2]. Dengan demikian, untuk mengetahui sejauh mana perkembangan masing-masing indikator-indikator IPM dalam memberikan kontribusi terhadap peningkatan IPM antar wilayah khususnya pada level Provinsi dan Kabupaten/Kota, maka perlu diidentifikasi perubahan yang terjadi. Sekiranya perlu dilakukan langkah-langkah strategis agar pertumbuhan ekonomi sejalan dengan pembangunan manusia sehingga dari perubahan indikator ini dapat dijadikan sebagai bahan analisis untuk menanggulangi atau memperkecil permasalahan pembangunan yang perlu penanganan lebih lanjut untuk mewujudkan pembangunan yang berkualitas. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui perkembangan indikator IPM Kabupaten/Kota di Jawa Tengah tahun 2008 dan 2013 sebagai awal dan akhir kepemimpinan Bapak Bibit Waluyo selama 5 Tahun menjabat (Agustus 2008 sampai Agustus 2013). Selanjutnya, seluruh Kabupaten/Kota di Jawa Tengah divisualisasi dalam bentuk peta geometri dengan metode analisis *multidimensional scaling*. Berdasarkan tipe data, *multidimensional scaling* dibagi menjadi dua yaitu *metric multidimensional scaling* (data interval dan rasio) dan *non-metric multidimensional scaling* (data nominal dan ordinal). Kemudian untuk melihat perubahan indikator tersebut, hasil visualisasi peta geometri tahun 2008 dibandingkan dengan peta geometri tahun 2013, metode statistika yang cocok digunakan dalam hal ini adalah analisis procrustes.

Menurut Johnson dan Wichern (1982), analisis procrustes merupakan suatu teknik membandingkan kesesuaian antara peta geometri data yang satu dengan yang lain. Penetapan dan penyesuaian posisi dilakukan dengan proses transformasi yaitu translasi, rotasi maupun dilatasi yang dibuat sedemikian sehingga diperoleh jarak antar objek yang sedekat mungkin [4].

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Pengertian Indeks Pembangunan Manusia

Indeks Pembangunan Manusia (IPM) merupakan ukuran capaian pembangunan manusia berbasis sejumlah komponen dasar kualitas hidup. Sebagai ukuran kualitas hidup, IPM dibangun melalui pendekatan tiga dimensi dasar. Dimensi tersebut mencakup umur panjang dan sehat; pengetahuan; dan kehidupan yang layak [2].

2.1.1 Angka Harapan Hidup

Angka Harapan Hidup (AHH) adalah rata-rata perkiraan banyak tahun yang dapat ditempuh oleh seseorang selama hidup. Angka harapan hidup menggunakan pendekatan tak langsung. Ada dua jenis data yang digunakan dalam penghitungan Angka Harapan Hidup yaitu Angka Lahir Hidup (ALH) dan Anak Masih Hidup (AMH). Besarnya nilai maksimum dan nilai minimum untuk masing-masing komponen ini merupakan nilai besaran yang telah disepakati oleh semua negara. Pada komponen angka umur harapan hidup, angka tertinggi sebagai batas atas untuk penghitungan indeks dipakai 85 tahun dan terendah 25 tahun. Angka ini diambil dari standar UNDP (*United Nation Development Programme*) [2].

2.1.2 Tingkat Pendidikan

Untuk mengukur dimensi pengetahuan penduduk digunakan dua indikator, yaitu rata-rata lama sekolah dan angka melek huruf. Rata-rata lama sekolah menggambarkan jumlah tahun yang digunakan oleh penduduk usia 15 tahun ke atas dalam menjalani pendidikan formal. Sedangkan angka melek huruf adalah persentase penduduk usia 15 tahun ke atas yang dapat membaca dan menulis huruf latin dan atau huruf lainnya. Proses penghitungannya, kedua indikator tersebut digabung setelah masing-masing diberikan bobot. Rata-rata lama sekolah diberikan bobot sepertiga dan angka melek huruf diberi bobot dua per tiga [2].

2.1.3 Standar Hidup Layak

Dalam cakupan yang lebih luas standar hidup layak menggambarkan tingkat kesejahteraan yang dinikmati oleh penduduk sebagai dampak semakin membaiknya ekonomi. UNDP mengukur standar hidup layak menggunakan Produk Domestik Bruto riil yang disesuaikan, sedangkan BPS dalam menghitung standar hidup layak menggunakan rata-rata pengeluaran per kapita riil [2].

2.2 Penghitungan Indeks Pembangunan Manusia

$$\text{IPM} = \frac{X_{(1)} + X_{(2)} + X_{(3)}}{3} \text{ x } 100 \qquad (1)$$

dimana:

$X_{(1)}$ = Indeks Harapan Hidup

$X_{(2)}$ = Indeks Pendidikan

= { $\frac{2}{3}$ Indeks Melek Huruf + $\frac{1}{3}$ Indeks Rata-rata lama sekolah}

$X_{(3)}$ = Indeks Standar Hidup yang Layak

dengan:

$$X_{(i)} = \frac{\{X_i - X_{i\min}\}}{\{X_{imaks} - X_{i\min}\}} \qquad (2)$$

dimana:

$X_{(i)}$ = Indeks ke-i, i = 1, 2, 3

X_i = Indikator ke-i

$X_{i\ maks}$ = Indikator ke-i yang maksimum

$X_{i\ min}$ = Indikator ke-i yang minimum

2.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Misalkan **A** matriks berdimensi *n* x *n*, dengan λ adalah nilai eigen dari **A.** Apabila **x** sebuah vektor ($\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$) sedemikian hingga **Ax** = λ**x** maka **x** disebut vektor eigen (vektor karakteristik) dari matriks **A** yang bersesuaian dengan nilai eigen λ [1].

Contoh :

$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

$|\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}| = 0$

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\lambda & 0 \\ 1 & 3-\lambda \end{bmatrix} = (1-\lambda)(3-\lambda) = 0$

Jadi, $\lambda_1 = 1$ dan $\lambda_2 = 3$ merupakan nilai eigen dari matriks **A**.

kemudian akan dilakukan perhitungan untuk mencari vektor eigen, yaitu:

Untuk $\lambda_1 = 1$

$\mathbf{Ax} = \lambda_1\mathbf{x}$

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 1 \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

$x_1 = x_1$

$x_1 + 3x_2 = x_2$

sehingga $x_1 = -2x_2$

misalkan $x_2 = 1$, maka $x_1 = 2$

jadi $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

dengan panjang vektor **x** yaitu: $\sqrt{(-2)^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

Kemudian diperoleh hasil penormalan yaitu $\mathbf{x}^* = \begin{bmatrix} -2/\sqrt{5} \\ 1/\sqrt{5} \end{bmatrix}$ adalah vektor eigen yang bersesuaian dengan λ_1

Untuk $\lambda_2 = 3$

$\mathbf{Ax} = \lambda_2\mathbf{x}$

$$\begin{bmatrix}1 & 0\\1 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix} = 3\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}$$

$$x_1 = 3x_1$$

$$x_1 + 3x_2 = 3x_2$$

sehingga $x_1 = 0$

$x_2 = 1$

jadi $\mathbf{x} = \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ adalah vektor eigen yang bersesuaian dengan λ_2

dengan panjang vektor **x** yaitu: $\sqrt{0^2+1^2} = 1$

Kemudian diperoleh hasil penormalan yaitu $\mathbf{x^*} = \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ adalah vektor eigen yang bersesuaian dengan λ_2.

Sehingga vektor eigen gabungan untuk matriks **A** adalah $\begin{bmatrix}{}^{-2}/_{\sqrt{5}} & 0\\ {}^{1}/_{\sqrt{5}} & 1\end{bmatrix}$

2.4 Jarak Euclidean

Jarak Euclidean adalah jarak antara dua objek yang dibandingkan. Jika dimisalkan objek 1 adalah $\mathbf{x'} = (x_1, x_2, \ldots, x_p)'$ dan objek 2 adalah $\mathbf{y'} = (y_1, y_2, \ldots, y_p)'$ [3].
Maka jarak Euclidean-nya adalah :

$$d(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \sqrt{(x_1-y_1)^2+(x_2-y_2)^2+\ldots+(x_p-y_p)^2} \tag{3}$$

dengan : x_i = nilai pengamatan variabel ke-i objek x
y_i = nilai pengamatan variabel ke-i objek y
p = banyaknya variabel

atau dalam notasi matriks, rumus jarak Euclideannya menjadi:

$$d(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \sqrt{(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y})'(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y})}$$

2.5 Penguraian Nilai Singular (PNS) atau *Singular Value Decomposition* (SVD)

Penguraian nilai singular (PNS) atau *singular value decomposition* (SVD) adalah suatu pemfaktoran matriks dengan mengurai suatu matriks menjadi tiga matriks **U**, **L** dan **A**. Penguraian nilai singular berkaitan dengan nilai eigen dari sebuah matriks yang merupakan karakteristik matriks. Misalnya penguraian matriks **X** menjadi $\mathbf{ULA^T}$ [3]

dengan : **X** = matriks berukuran *m* x *n*
U = matriks orthogonal berukuran *m* x *m*
L = matriks diagonal berukuran *m* x *n* dengan elemen diagonalnya berupa nilai singular matriks X
A = matriks orthogonal berukuran *n* x *n*

Dengan kata lain, $\mathbf{L} = \text{diag}\,(\sqrt{\lambda_1}, \sqrt{\lambda_2}, \ldots, \sqrt{\lambda_n})$ dimana $\sqrt{\lambda_1} \geq \sqrt{\lambda_2} \geq \cdots \sqrt{\lambda_n} > 0$

Langkah-langkah dalam menentukan SVD adalah sebagai berikut:

1. Menghitung matriks $\mathbf{XX^T}$ dan $\mathbf{X^TX}$. Misalkan $\mathbf{XX^T}$ = matriks $\mathbf{Y}_{(m \times m)}$ dan matriks $\mathbf{X^TX}$ = matriks $\mathbf{Z}_{(n \times n)}$
2. Mencari nilai eigen (λ) dari matriks $\mathbf{Y}_{(m \times m)}$. Dimana determinan dari matriks **Y** dikurangi λ dikalikan dengan matriks identitas (**I**) sama dengan 0.

   $$|\mathbf{Y} - \lambda\mathbf{I}| = 0$$

   Banyaknya nilai eigen (λ) yang akan diperoleh sama dengan ukuran matriks **Y** yaitu sebanyak *m* (λ_1, $\lambda_2, \ldots, \lambda_m$) dengan $\lambda_1 > \lambda_2 > \ldots > \lambda_m$

3. Mencari vektor eigen untuk masing-masing λ. Vektor eigen diperoleh melalui rumus (**Y**- λ**I**)x = 0. Misalkan diperoleh vektor eigen untuk λ ke-i adalah $\mathbf{U_i}$.

$$\boldsymbol{U_i} = \begin{bmatrix} U_{i1} \\ U_{i2} \\ \vdots \\ U_{im} \end{bmatrix}$$

dengan

$$|\mathbf{U_i}| = \sqrt{U_{i1}^2 + \quad U_{i2}^2 + \quad ... + \quad U_{i3}^2}$$

Kemudian diperoleh hasil penormalan

$$\mathbf{U_i}^* = \begin{bmatrix} U_{i1}/|\boldsymbol{U_i}| \\ U_{i2}/|\boldsymbol{U_i}| \\ \vdots \\ U_{im}/|\boldsymbol{U_i}| \end{bmatrix}$$

Setelah diperoleh $\mathbf{U_i}^*$ dengan i=1,2,…,m langkah selanjutnya adalah menggabungkan hasil penormalan tersebut ke dalam matriks **U**, dimana kolom ke-i adalah $\mathbf{U_i}^*$. Sehingga diperoleh matriks

$$\mathbf{U_i}^* = [U_1^* \quad ... \quad U_m^*]$$

4. Mencari nilai eigen (λ) dari matriks $\mathbf{Z}_{(n \ \mathrm{x} n)}$. Dimana determinan dari matriks **Z** dikurangi λ dikalikan dengan matriks identitas (**I**) sama dengan 0.
Banyaknya nilai eigen (λ) yang akan diperoleh sama dengan ukuran matriks **Z** yaitu sebanyak *n* (λ_1, λ_2,…, λ_n) dengan $\lambda_1 > \lambda_2 > \ldots > \lambda_n$
Mencari vektor eigen untuk masing-masing λ. Vektor eigen diperoleh melalui rumus (**Z** - λ**I**)x = 0. Misalkan diperoleh vektor eigen untuk λ ke-i adalah $\mathbf{A_i}$.

$$\mathbf{A_i} = \begin{bmatrix} A_{i1} \\ A_{i2} \\ \vdots \\ A_{in} \end{bmatrix}$$

dengan

$$|\mathbf{A_i}| = \sqrt{A_{i1}^2 + \quad A + \quad ... + \quad A_{in}^2}$$

Kemudian diperoleh hasil penormalan

$$\mathbf{A_i}^* = \begin{bmatrix} A_{i1}/|\boldsymbol{A_i}| \\ A_{i2}/|\boldsymbol{A_i}| \\ \vdots \\ A_{in}/|\boldsymbol{A_i}| \end{bmatrix}$$

Setelah diperoleh $\mathbf{A_i}^*$ dengan i=1,2,…,n maka langkah selanjutnya adalah menggabungkan hasil penormalan tersebut ke dalam matriks **A** dimana kolom ke-i adalah $\mathbf{A_i}^*$. Sehingga diperoleh matriks

$$\mathbf{A} = [A_1^* \quad ... \quad A_n^*]$$

5. Menentukan matriks **L** yang merupakan matriks diagonal dengan elemen diagonalnya adalah akar dari nilai eigen matriks **Y** atau **Z =** $\sqrt{\lambda_i}$ dengan $\lambda_i \neq 0$ dan diperoleh
L = diag ($\sqrt{\lambda_1}$, $\sqrt{\lambda_2}$,…, $\sqrt{\lambda_n}$)

2.6 Analisis Multidimensional Scaling (MDS)

Melalui bukunya berjudul *Applied Multivariate Analysis*, *multidimensional scaling* adalah

1. Kumpulan teknik-teknik statistika untuk menganalisis kemiripan dan ketakmiripan antar objek.
2. Memberikan hasil yang berupa plot titik-titik sehingga jarak antar titik menggambarkan tingkat kemiripan atau ketakmiripan.
3. Memberikan petunjuk untuk mengidentifikasi peubah tak diketahui atau faktor yang mempengaruhi munculnya kemiripan atau ketakmiripan.

2.6.1 Jenis-jenis Multidimensional Scaling

Berdasarkan tipe data, *multidimensional scaling* dibagi menjadi dua yaitu *metric multidimensional scaling* dan *non-metric multidimensional scaling* [4].

2.6.2 Metric Multidimensional Scaling

Metric multidimensional scaling sering disebut *classical scaling*. *Classical scaling* menunjukkan bagaimana koordinat titik dapat dicari dari matriks jarak antara titik-titik dalam ruang Euclidean. Data jarak yang digunakan dalam penskalaan berdimensi ganda metrik adalah data kuantitatif (interval dan rasio) [4].

2.6.3 STRESS (*Standardized Residual Sum of Square*)

Stress ialah ukuran ketidakcocokan (*a lack of fit measure*) antara konfigurasi yang ada dengan ukuran kesesuaian yang diinginkan, makin tinggi nilai stress semakin tidak cocok atau semakin mendekati nol maka output yang dihasilkan semakin sesuai dengan keadaan yang sebenarnya dengan kata lain sebagai suatu ukuran yang digunakan untuk menilai suatu konfigurasi dari objek sebagai titik-titik dalam dimensi *h* sudah baik atau belum. Nilai Stress dan jumlah dimensi berbanding terbalik, jumlah dimensi yang rendah akan mengakibatkan nilai Stress yang tinggi [4].

Suatu fungsi STRESS (*Standardized Residual Sum of Square*) sebagai berikut:

$$STRESS = \left[\frac{\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} (\delta_{ij} - \xi_{ij})^2}{\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \delta_{ij}^{\ 2}} \right]^{1/2} \tag{4}$$

dengan δ_{ij} = jarak Euclidean antara objek i dan j

ξ_{ij} = dugaan jarak yang dihasilkan dari kemiripan antara objek i dan j

2.6.4 Langkah-langkah dalam Analisis Multidimensional Scaling

Adapun langkah-langkah dalam analisis multidimensional scaling adalah sebagai berikut:

1. Data awal akan menghasilkan matriks **X** (n x p), dimana *n* adalah objek penelitian dan *p* adalah jumlah atribut yang digunakan.
2. Apabila atribut yang digunakan dari tiap variabel diukur menggunakan skala yang berbeda maka perlu dilakukan standarisasi nilai sehingga setiap kolom atribut memiliki bobot yang seragam dan perbedaan skala pengukuran dapat dihilangkan sehingga varian akan menjadi sama. Standarisasi nilai yang dilakukan adalah:
   $z_{ik} = \frac{x_{ik-u_k}}{\sigma_k}$

dengan z_{ik} = nilai standar obyek penelitian ke-i pada atribut ke-k
x_{ik} = nilai awal objek penelitian ke-i pada atribut ke-k
u_k = nilai rata-rata pada atribut ke-k
σ_k = nilai standar deviasi pada atribut ke-k

3. Menghitung jarak obyek penelitian berdasarkan matriks **X** yang telah distandarisasi. Jika terdapat *n* baris dengan *p* kolom, maka jarak Euclidean sebagai berikut:
   d_{ij} ; i = 1, 2, 3,…, n-1 ; j = 2, 3, …,n; $i \neq j$, $j > i$
   $$d_{ij} = \sqrt{\sum_{k=1}^{p} (x_{ik} - x_{jk})^2} \quad (5)$$
   hasil dari perhitungan jarak ini membentuk matriks simetris yaitu matriks **P** (n x n)
4. Menghitung jarak obyek penelitian pada matriks **X** yang telah distandarisasi dengan metode *Euclidean distance square*. Jika terdapat *n* baris dengan *p* kolom maka Euclidean *distance square* adalah
   d_{ij}^2 ; i = 1, 2, 3,…, n-1; j = 2, 3, …,n; $i \neq j$, $j > i$
   $$d_{ij}^2 = \sum_{k=1}^{p} (x_{ik} - x_{jk})^2 \quad (6)$$
   hasil dari perhitungan jarak ini akan membentuk matriks simetris yaitu matriks $\mathbf{P}^2$.
5. Menentukan matriks **B** yang merupakan matriks semi definit positif yaitu suatu matriks yang tidak mempunyai akar imajiner. Untuk memperoleh matriks **B** yang semi definit positif, maka:
   $$\mathbf{B} = -\tfrac{1}{2}\,\mathbf{J}\,\mathbf{P}^2\,\mathbf{J}\text{ , dengan } \mathbf{J} = \mathbf{I} - n^{-1}\mathbf{11'} \quad (7)$$
   dengan **I** = matriks identitas n x n
   1 = matriks berukuran n x n dengan entri untuk semua i,j =1
   $\mathbf{P}^2$ = matriks kuadrat jarak n x n dengan elemen $d_{ij}^{\ 2}$
6. Menghitung nilai eigen (λ_1, λ_2,…, λ_n) dan vektor eigen yang bersesuaian (q_1,q_2,…,q_n) dari matriks **B**.
7. Menentukan jumlah dimensi (h = 1, 2, 3, …,m), minimal terbentuk dua dimensi ruang yang dapat dijadikan sebagai bahan analisis. Biasanya sulit untuk menginterpretasikan konfigurasi yang dihasilkan lebih dari tiga dimensi, dimana kesesuaian konfigurasi akan semakin baik ketika jumlah dimensi meningkat.
8. Menentukan matriks koordinat titik dari konfigurasi yang akan dibentuk, $\mathbf{X} = \mathbf{E_m}\,\mathbf{\Lambda_m}^{1/2}$
   dengan **X** = matriks koordinat dari *n* objek pada konfigurasi *h* dimensi
   $\mathbf{E_m}$ = matriks dari *m* vektor eigen
   $\mathbf{\Lambda_m}$ = matriks diagonal dari *m* nilai eigen
9. Menghitung dugaan jarak kemiripan antar objek dari matriks konfigurasi **X**, tipe ukuran jarak untuk dimensi h = 2 menggunakan rumus jarak Euclidean, sedangkan jika dimensi h > 2 menggunakan rumus jarak Minkowski.
10. Menghitung nilai stress pada persamaan (4).

2.7 Analisis Procrustes

Analisis procrustes merupakan suatu teknik membandingkan kesesuaian antara konfigurasi data yang satu dengan yang lain dalam suatu ukuran numerik. Prinsip dasar dari analisis procrustes adalah salah satu kelompok diambil sebagai yang ditetapkan dan yang lain yang ditransformasikan sedemikian sehingga kedua kelompok tersebut menjadi sedekat mungkin. Sebelum kedua data dibandingkan terlebih dahulu kedua data diproses berdasarkan penetapan dan penyesuaian posisi. Penetapan dan penyesuaian dengan posisi dilakukan dengan transformasi. Penyesuaian ini dimaksudkan untuk mengoptimumkan kriteria kesesuaian (*goodness of fit*). Kriteria kesesuaiannya ialah jumlah kuadrat jarak antar titik-titik yang bersesuaian pada masing-masing konfigurasi [5].

2.7.1 Penyesuaian Geometris Translasi

Translasi adalah perpindahan posisi seluruh titik pengamatan melalui jarak dan arah yang konstan. Penyesuaian ini dimaksudkan untuk meminimumkan nilai M^2 dengan proses pemusatan (*mean centering*) masing-masing konfigurasi, sehingga kedua pusat konfigurasi berimpit. $M^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{g=1}^{h}\left\{\left(x_{ig} - \bar{x}_g\right) - \left(y_{ig} - \bar{y}_g\right)\right\}^2 + n\sum_{g=1}^{h}\left(\bar{x}_g - \bar{y}_g\right)^2$ (8)

$(x_{ig} - \bar{x}_g)$ dan $(y_{ig} - \bar{y}_g)$ adalah elemen dari matriks $\tilde{\mathbf{X}}$ dan $\tilde{\mathbf{Y}}$ setelah dilakukan translasi dari titik asal ke titik yang baru [5].

2.7.2 Penyesuaian Geometris Rotasi

Rotasi adalah perpindahan posisi seluruh titik membentuk sudut yang konstan tanpa mengubah jarak titik terhadap pusatnya. Proses ini dimaksudkan untuk memutar salah satu konfigurasi agar perbedaannya menjadi semakin kecil. Pada analisis procrustes yang digunakan adalah rotasi sumbu koordinat yaitu rotasi **Y** terhadap **X** dilakukan dengan mengalikan matriks **Y** dengan matriks ortogonal **Q**, sehingga konfigurasi **Y** setelah rotasi menjadi **YQ**. $M^2 = \mathrm{tr}\,(\mathbf{XX^T} + \mathbf{YY^T} - 2\mathbf{XQ^TY^T})$ (9)

Untuk memperoleh nilai M^2 minimum maka harus dipilih matriks orthogonal **Q** yang memaksimumkan $\mathrm{tr}(\mathbf{XQ^TY^T})$. Dimana $\mathrm{tr}(\mathbf{XQ^TY^T})$ akan maksimum apabila dipilih $\mathbf{Q = AU^T}$ dari penguraian nilai singular $\mathbf{X^TY}$ [5].

2.7.3 Penyesuaian Geometris Dilatasi

Dilatasi adalah pembesaran atau pengecilan jarak setiap titik dalam konfigurasi terhadap pusatnya. Dilatasi dapat dilakukan melalui penggandaan suatu faktor dengan suatu skalar c. dengan c = $\frac{\boldsymbol{tr(XQ^TY^T)}}{\boldsymbol{tr(YY^T)}}$, sehingga diperoleh perbedaan kuadrat jarak penyesuaian dilatasi, yaitu:

$$M^2 = \mathrm{tr}(\mathbf{XX^T}) - c^2\,\mathrm{tr}(\mathbf{YY^T}) \qquad (10)$$

2.7.4 Ukuran Kemiripan Dua Konfigurasi

Ukuran kemiripan dapat dirumuskan : $R^2 = 1\text{-}M^2_{min} / \mathrm{trace}\,(\mathbf{XX^T})$. (11)

Koefisien determinasi (R^2) digunakan untuk mengukur seberapa besar matriks hasil transformasi mampu mengikuti konfigurasi matriks target (data awal). Nilai R^2 berkisar antara 0% - 100%, semakin dekat ke 100% semakin besar nilai R^2 maka semakin tinggi kemiripan dua konfigurasi tersebut artinya semakin sesuai konfigurasi data dengan target (data awal). Hal ini dapat berarti perubahan yang relatif kecil atau terjadi kesamaan pergerakan atau perubahan antara kondisi data dengan target. Jika $R^2 < 50\%$ menunjukkan adanya perubahan, nilai R^2 antara 50% - 80% terjadi pola perubahan sedang, sedangkan nilai $R^2 > 80\%$ artinya relatif tidak ada perubahan [5].

3. Metode Penelitian

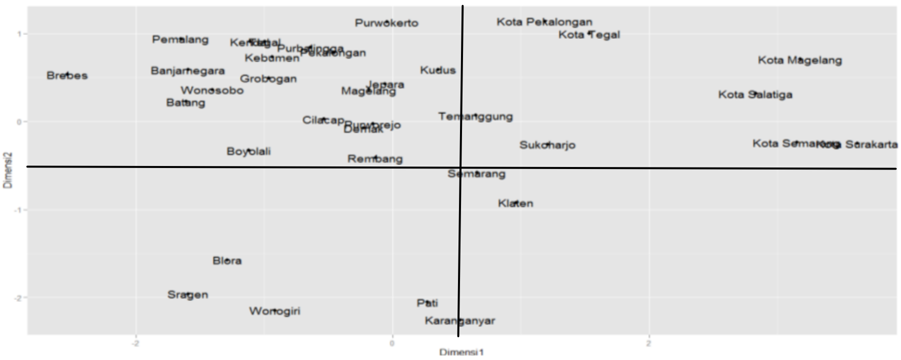
Data yang digunakan berupa data sekunder yaitu indikator Indeks Pembangunan Manusia (IPM) tahun 2008 dan 2013 dari website resmi Badan Pusat Statistik Provinsi

Jawa Tengah (http://www.bps.go.id/~jateng). Terdiri dari 35 Kabupaten/Kota di Jawa Tengah pada masing-masing baris mewakili objek penelitian (*n*) dan 4 indikator IPM pada masing-masing kolom mewakili peubah (*p*).

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah indikator Indeks Pembangunan Manusia yang berjumlah 4 variabel [2] yaitu:

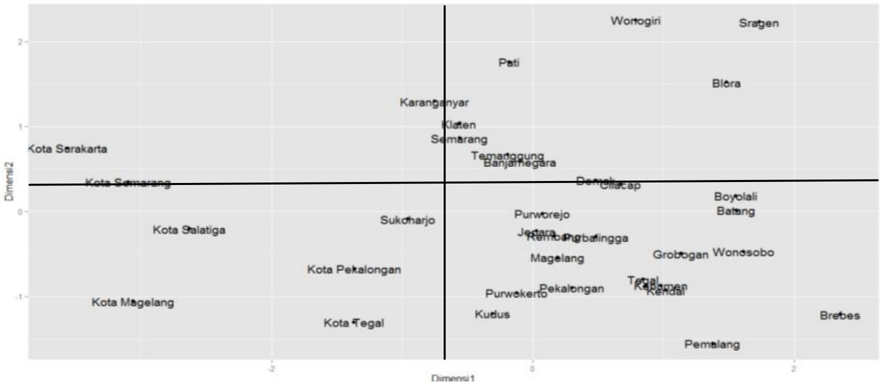
1. Pengeluaran riil per kapita (dalam satuan ribu rupiah) (X1)
2. Rata-rata lama sekolah (dalam satuan tahun) (X2)
3. Angka melek huruf (dalam satuan persen) (X3)
4. Angka harapan hidup (dalam satuan tahun) (X4)

4. Analisis dan Pembahasan



Gambar 1. Peta Geometri Dua Dimensi *Metric Multidimensional Scaling* IPM Tahun 2008 di 35 Kabupaten/Kota Provinsi Jawa Tengah

Diperoleh output nilai Stress 0,20175 dengan tingkat kesesuaian konfigurasi sebesar 79,67322%.



Gambar 3. Peta Geometri Dua Dimensi *Metric Multidimensional Scaling* IPM Tahun 2013 di 35 Kabupaten/Kota Provinsi Jawa Tengah

Diperoleh output nilai Stress 0,21387 dengan tingkat kesesuaian konfigurasi sebesar 78,59798%.

Tabel Ringkasan Analisis Procrustes

Kesesuaian transformasi	Nilai
M^2 translasi	415,7236
M^2 rotasi	10,3686
M^2 dilatasi	10,2622
c	0,9681
R^2	0,9053

5. KESIMPULAN

Berdasarkan analisis dan pembahasan diatas, dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Pada analisis *metric multidimensional scaling*, Indeks Pembangunan Manusia tahun 2008 memiliki nilai Stress sebesar 20,175% dan kesesuaian sebesar 79,673% sedangkan tahun 2013 memiliki nilai Stress sebesar 21,387% dan kesesuaian sebesar 78,597% artinya pada tahun 2008 dan tahun 2013 memiliki kesesuaian antara data dengan peta geometris yang hampir sama.
2. Berdasarkan tiga tahapan transformasi pada analisis procrustes diperoleh nilai jumlah kuadrat jarak pada masing-masing tahap transformasi, dimana pada penyesuaian geometris translasi diperoleh nilai M^2 = 415,7236 sedangkan pada penyesuaian geometris rotasi diperoleh nilai M^2 = 10,3686 serta pada penyesuaian geometris dilatasi diperoleh nilai M^2_{min} = 10,2622.
3. Pada analisis procrustes, konfigurasi indikator Indeks Pembangunan Manusia pada tahun 2008 dan 2013 memiliki ukuran kemiripan (R^2) sebesar 90,53%, mengindikasikan bahwa secara statistik tidak ada perubahan pada awal dan akhir kepemimpinan Gubernur Jawa Tengah Bapak Bibit Waluyo.

[1] Achmad, A. 1986. *Dasar-Dasar Analisa Vektor*. Bandung: Binacipta.

[2] Badan Pusat Statistik. 2008. *Indeks Pembangunan Manusia 2006-2007*. Badan Pusat Statistik, Jakarta.

[3] Hair, et al. 1998. *Multivariate Data Analysis with Reading,3th edition*. Macmillan Publishing Companny, Inc.

[4] Johnson, R.A dan Wichern, D.W. 1982. *Applied Multivariate Statistical Analysis 6th edition*. New Jersey: Prentice-Hall International Inc.

[5] Krzanowski, W.J., 2000, *Principles of Multivariate Analysis, A User's Perspective*, Oxford University Press, New York