

KAJIAN TAMPANG LINTANG HAMBURAN ELEKTRON DENGAN ION MELALUI TEORI HAMBURAN BERGANDA (*MULTIPLE SCATTERING THEORY*)

Nouval Khamdani, Muhammad Nur dan Zaenul Muhlisin

Jurusan Fisika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro, Semarang

E-mail:nouvalpark@gmail.com

ABSTRACT

Theoretical studies have been conducted on the Cross-sectional scattering equation which is one of the effects from collisions between electrons with ion. This theoretical studies aim to obtain the differential cross-section scattering equations of electrons with ion. Born approximations were used and convert potential energy into potential energy which is obtained from the distribution of ions in the Debye sphere, so the new equation for the scattering of amplitude that can write $f(\theta) = -\frac{2\mu n_i e^2 R^3}{3\pi^2 \epsilon_0 (k\theta)^2}$ will comparable with total sum of ions and also the scattering of cross section is $\frac{d\sigma}{d} = \frac{4}{9} \frac{\mu n_i e^2 R^3}{\epsilon^2 \epsilon_0 (k\theta)^2}$ will too comparable with the large of Debye sphere.

Keywords: scattering of amplitude, scattering of cross section, Born approximation, potential energy, Debye sphere, total sum of ions

ABSTRAK

Telah dilakukan kajian teoritis tentang persamaan tampang lintang hamburan yang merupakan salah satu dampak dari terjadinya tumbukan antara elektron dengan ion. Kajian teoritis bertujuan untuk mendapatkan persamaan tampang lintang hamburan diferensial dari elektron dengan ion. Dengan menggunakan pendekatan Born serta mengubah energi potensialnya menjadi energi potensial yang didapatkan dari persebaran ion-ion yang ada dalam bola Debye, sehingga persamaan baru untuk amplitudo penghambur yang dituliskan $f(\theta) = -\frac{2\mu n_i e^2 R^3}{3\pi^2 \epsilon_0 (k\theta)^2}$ akan sebanding dengan jumlah ion, begitu pula dengan persamaan tampang lintangnya $\frac{d\sigma}{d} = \frac{4}{9} \frac{\mu n_i e^2 R^3}{\epsilon^2 \epsilon_0 (k\theta)^2}$ serta juga akan sebanding dengan besarnya bola Debye.

Kata kunci : amplitudo penghambur, tampang lintang hamburan, pendekatan Born, energi potensial, bola Debye, jumlah ion

PENDAHULUAN

Perkembangan dalam pemanfaatan plasma tegangan tinggi saat ini semakin luas. Pemanfaatannya tidak hanya digunakan untuk transmisi tenaga listrik, namun tegangan tinggi saat ini juga digunakan dalam bidang industri dan kesehatan. Adapun plasma tegangan tinggi yang dapat dihasilkan dengan berbagai cara, salah satunya dengan mengkonfigurasi elektroda-elektroda dalam plasma [1].

Pembentukan plasma yaitu apabila atom atau molekul pada gas menyerap energi yang cukup maka dapat menyebabkan elektron terlepas dari atom atau molekul tersebut. Terjadinya hal tersebut tidak lain lagi dikarenakan adanya

tumbukan antar partikel. Ketika elektron berenergi rendah bertumbukan dengan atom gas, maka elektron-elektron tersebut akan mengalami hamburan ke berbagai arah [2].

Dalam hamburan terdapat tumbukan, karena partikel memiliki energi untuk terjadinya tumbukan [3]. Maka tumbukan berdasarkan perubahan energinya dapat dibagi menjadi dua yaitu tumbukan elastis dan tak elastis, dimana jika tidak terjadi eksitasi dan ionisasi pada atom maka tumbukan tersebut elastis. Tapi jika atom mengalami eksitasi dan ionisasi, maka tumbukannya tak elastis [4].

Salah satu besaran yang penting dalam proses hamburan yaitu tampang lintang

hamburan, dimana ada dua tampang lintang yaitu tampang lintang diferensial dan tampang lintang total. Untuk tampang lintang diferensial (*differential cross section*) yaitu sebagai kebolehjadian terjadinya hamburan untuk sudut tertentu. Sedangkan tampang lintang total (*total cross section*) yaitu sebagai kebolehjadian terjadinya hamburan pada segala sudut hamburan.

DASAR TEORI

Tumbukan Partikel Bermuatan

Ketika ada dua partikel yang memiliki muatan masing-masing Q_1 dan Q_2 dengan massa masing-masing m_1 dan m_2 pada kondisi awal atau belum mengalami tumbukan dimana keduanya memiliki kecepatan \vec{v}_1 dan \vec{v}_2 , namun setelah mengalami tumbukan kecepatan kedua muatan menjadi \vec{v}'_1 dan \vec{v}'_2 .

Dalam kejadian ini terdapat hubungan antara energi dan momentum sebelum dan setelah terjadi tumbukan

$$m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2 \quad (1)$$

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2 \quad (2).$$

Sedangkan untuk kecepatan pusat massa kedua partikel diambil u ,

$$\vec{u} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2} \quad (3)$$

kecepatan massa ini biasanya konstan, kecepatan relatif dari kedua partikel tersebut yaitu

$$\vec{v} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 \quad (4)$$

dan massa tereduksinya adalah,

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (5)$$

[4].

Hamburan

Metode yang digunakan untuk tenaga tinggi dalam analisa hamburan yaitu dengan menggunakan metode pendekatan Born. Metode pendekatan Born dimaksudkan untuk tenaga partikel yang amat tinggi sehingga partikel boleh dikatakan sedikit saja terhambur, dan lagi pula potensial hamburannya tidak perlu sentral. Untuk menurunkan fungsi gelombang yang terhambur tidak dengan gelombang parsial tetapi menyelesaikan persamaan gelombang langsung dari persamaan Schrödinger. Penyelesaiannya

dengan fungsi Green, karena salah satu kegunaan dari fungsi Green adalah untuk membantu proses penyelesaian persamaan diferensial parsial. Dengan memandang fungsi gelombang hampir seperti sediakala sewaktu baru datang karena hampir tak terhambur, persamaan Schrödingernya dapat dituliskan dalam bentuk :

$$\nabla^2 \psi(\vec{r}) + k^2 \psi(\vec{r}) = \frac{2mV}{\hbar^2} \psi(\vec{r}) \approx \left(\frac{2mV}{\hbar^2}\right) e^{ikz} \quad (6)$$

dengan, $k^2 = \frac{2mV}{\hbar^2}$ dan $V \rightarrow 0$ → (7)

menggunakan fungsi Green

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \quad (8)$$

[5].

Bola Debye dan Tampang Lintang Hamburan

Salah satu terjadinya hamburan adalah karena adanya beda potensial. Pada penelitian ini lingkup yang digunakan adalah mikroskopis yaitu pada bola Debye. Bola Debye terjadi ketika ada sebuah muatan uji, kemudian muatan uji tersebut dikelilingi oleh awan-awan ion. Muatan uji dalam penelitian ini yaitu elektron dan awan-awan ion yang mengelilingi muatan uji adalah ion-ion positif maupun negatif. Pada dasarnya dalam bola Debye itu bersifat netral, oleh karena itu batasan masalah yang digunakan salah satunya adalah mengabaikan interaksi antara elektron dengan elektron [6].

Tampang lintang dari satu inti disebut sebagai tampang lintang mikroskopik sedangkan tampang lintang total dari suatu bahan disebut tampang lintang makroskopik. Tampang lintang diferensial merupakan nisbah intensitas partikel terhambur pada sudut tertentu dengan intensitas mula-mula. Fungsi gelombang elektron datang diasumsikan sebagai gelombang datar, sementara fungsi gelombang elektron terhambur diasumsikan sebagai fungsi gelombang bola. Dengan menghitung rapa

t arus terhambur dari persamaan fungsi gelombang elektron masing-masing, diperoleh nisbah intensitas elektron datang dan elektron terhambur dengan hubungan [7].

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2, \quad (9)$$

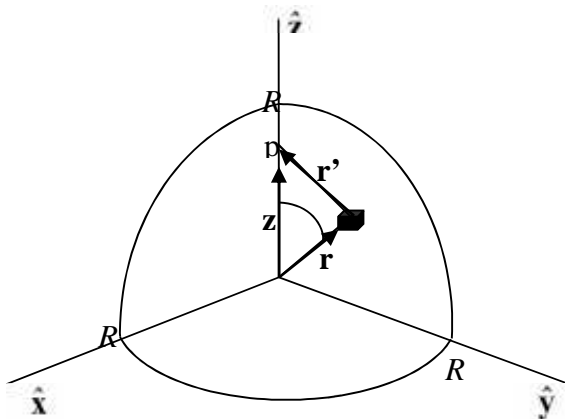
dengan σ adalahampang lintang, θ adalah sudut ruang, Ω adalah sudut polar dari detektor hamburan dan $|f(\theta)|$ merupakan faktor modulasi atau yang disebut juga dengan amplitudo hamburan. Dalam kasus hamburan pada elektron energi tinggi, untuk menentukan amplitudo hamburannya bisa digunakan pendekatan Born [7]. Hasil dari penggunaan pendekatan Born, diperoleh faktor modulasi yang berbentuk :

$$f(\theta) = -\frac{2\mu}{q^2} \int_0^\infty V(r) \sin(qr) dr, \quad (10)$$

$V(r)$ adalah potensial interaksi antara elektron dengan inti, q alih momentum elektron ke inti dan r adalah jarak elektron dengan inti [8].

Distribusi Potensial untuk Geometris Sferis

Sistem dalam penelitian ini terdiri dari banyak partikel antara lain elektron, gas, dan ion-ion. Sehingga menimbulkan adanya potensial dari setiap partikel ($\phi(r)$).



Gambar 1 Distribusi partikel pada geometris sferis

Sebuah titik p terletak pada sumbu z yang berjarak z terhadap pusat bola. Pada gambar terdapat suatu elemen volum yang memiliki jarak r terhadap pusat bola. Nilai $r' = z - r$, dengan menggunakan aturan vektor maka jarak elemen volum terhadap titik p diperoleh,

$$r' = (r^2 + z^2 - 2zr \cos \theta)^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

muatan listrik yang dimiliki oleh elemen volum adalah:

$$dQ = \rho r^2 dr \sin \theta d\theta d\phi$$

potensial pada titik p yang dipengaruhi oleh elemen volum yang berjarak r dari pusat bola adalah:

$$\phi(z) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (13)$$

dan untuk energi potensial pada sistem dituliskan seperti pada persamaan berikut

$$V(z) = -e\phi(z) \quad (14)$$

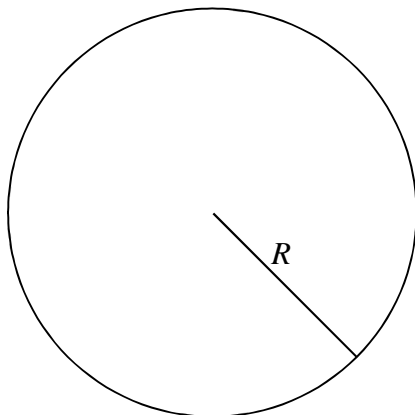
[9]

METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan secara teoritik dengan melakukan kajian pustaka yang sudah ada. Penelitian ini menggunakan teori hamburan berganda untuk menghitungampang lintang hamburan yang terjadi pada elektron dengan ion.

Desain Penelitian

Penelitian ini akan mengetahui persamaanampang lintang hamburan elektron dengan ion, dimana asumsi yang diambil adalah elektron terhambur berada dalam suatu ruang berbentuk bola Debye yang berjari-jari R .



Gambar 2 Ilustrasi bola Debye dalam asumsi hamburan elektron

Perhitungan Tampang Lintang Hamburan

Perhitunganampang lintang hamburan berganda dimulai dari perhitungan analitik potensial penghambur untuk hamburan berganda dilakukan dengan menggunakan persamaan Schrödinger. Kemudian persamaan tersebut diintegrasikan sehingga membentuk persamaan ekspansi deret Born, lalu menggunakan syarat identitas dari deret Born sehingga didapatkan persamaan amplitudo penghambur yang mengandung besaran potensial.

Persamaanampang lintang hamburan bisa didapatkan dari kuadrat persamaan amplitudo penghambur, dengan mengubah potensial Coulomb ke dalam bentuk koordinat bola yang merupakan potensial penghambur dari akibat ion-ion yang ada di dalam bola Debye. Kemudian mengubah persamaan potensial ke dalam persamaan energi potensial, dan mensubsitusikan ke persamaan amplitudo penghambur sehingga bisa didapatkan persamaan amplitudo penghambur pada hamburan berganda. Setelah itu memasukkan syarat batas integral dan asumsi yang digunakan dan yang terakhir yaitu mensubsitusikan persamaan amplitudo penghambur ke persamaan t a m p a n g l i n t a n g .

HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini akan mengetahui persamaanampang lintang hamburan elektron dengan ion, yang memiliki ruang lingkup mikroskopis dengan asumsi yang diambil adalah elektron terhambur

berada dalam suatu ruang berbentuk bola (bola Debye), yang mana bola Debye tersebut didekati dengan kulit bola yakni yang berjari-jari *R*. Bola Debye memiliki persebaran berbagai partikel seperti elektron, dan ion-ion di dalamnya. Batasan utama penelitian dari kajian pustaka ini yaitu hamburan berganda yang terjadi dari interaksi antara elektron dengan ion yang mana interaksi sesama elektron diabaikan. Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan persamaan dariampang lintang diferensial hamburan berganda dengan menggunakan persamaan faktor modulasi (amplitudo penghambur) yang diperoleh dari pendekatan Born yaitu yang tertuliskan pada persamaan (10).

Persamaan amplitudo penghambur terdapat besaran potensial, dengan mengubah potensial Coulomb ke dalam koordinat Bola, karena persebaran ion dalam bola Debye memiliki sifat geometris yang sferis maka akan didapatkan potensial penghambur dari ion-ion yang ada di dalam bola Debye sebagai potensial hamburan berganda. Karena potensial pada persamaan pendekatan Born ini hanya dialami oleh dua partikel bermuatan. Salah satu alasan kenapa menggunakan perubahan energi potensial pada tumbukan untuk mendapatkanampang lintang hamburan yaitu karena hamburan bisa terjadi bukan hanya melalui tumbukan saja, tapi karena potensial pun juga bisa terjadi hamburan seperti yang dijelaskan pada teori hamburan Rutherford.

Maka persamaan amplitudo penghambur untuk kasus penelitian ini yaitu

$$f \theta = - \frac{2\mu m_i e^2 R^3}{3\hbar^2 \epsilon_0 (k\theta)^2} \text{ (satuan panjang)} \tag{15}$$

sehinggaampang lintang diferensial hamburan yang terjadi pada bola Debye bisa didapatkan seperti

$$\frac{d\sigma}{d} = \frac{4}{9} \frac{\mu m_i e^2 R^3}{\hbar^2 \epsilon_0 k\theta^2} \text{ (satuan luas)} \tag{16}$$

Persamaan (16) memiliki arti sebagai kebolehjadian terjadinya hamburan untuk sudut tertentu, sudut tertentu yang dimaksud dalam

penelitian ini yaitu sudut hamburannya yang diasumsikan sangat kecil.

Persamaan (15) dan (16) bisa dikatakan bahwa persamaan amplitudo penghambur akan sebanding dengan jumlah ion, begitupula dengan persamaanampang lintangnya. Serta juga akan sebanding dengan besarnya bola Debye. Penelitian yang dilakukan tidaka didapatkan persamaanampang lintang total atau yang dilambangkan sebagai σ .

Karena dalam penelitian ini tidak mencakup semua sudut hambur yang terjadi dari tumbukan elektron dengan ion dalam bola Debye. Sehingga hanya didapatkan tampang lintang diferensial hamburan dengan batasan nilai sudut hambur yang sangat kecil.

KESIMPULAN

Hasil dari penelitian yang dilakukan tentang tampang lintang hamburan elektron dengan ion melalui hamburan berganda, yang didapatkan dari kuadrat amplitudo penghambur dimana asumsi yang diambil adalah elektron terhambur berada di dalam bola Debye serta mengabaikan terjadinya interaksi antara elektron dengan elektron yang dapat dituliskan seperti pada persamaan berikut

$$f_{\theta} = - \frac{2\mu n_i e^2 R^3}{3\epsilon_0^2 (k\theta)^2}$$

maka persamaanampang lintang diferensialnya yaitu

$$\frac{d\sigma}{d} = \frac{4}{9} \frac{\mu n_i e^2 R^3}{\epsilon_0^2 k\theta^2}$$

Sehingga bisa disimpulkan bahwa persamaan amplitudo penghambur akan sebanding dengan jumlah ion yang ada begitupula dengan persamaanampang lintangnya, serta akan sebanding dengan besarnya bola Debye.

DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Marciulionis, P., and Zebrauskas, S., 2012 *Comparasion of Electrical Field of Corona Discharge in Single-wire-and-Multi-Wire-to-Plate Electrode System*, Kansas ; Kansas University of Technology.
- [2]. Wang, Z., Zeng, H.c., Guo, J., and Liu, N., 2007, *Sulfur Dioxide (SO₂) Gas Transfer Process Enhanced by Corona Discharge*, J. of Electrostatistics, Vol.65, pp 485.
- [3]. Nur, M., 2011, *Fisika Plasma dan Aplikasinya*, Semarang : Universitas Diponegoro.
- [4]. Boyd T. J. M., 2006, *Mathematical Methods In The Physical Sciences Third Edition*, DePaul University.
- [5]. Soedoyo, P., 2001, *Azas-Azas Ilmu Fisika Jilid 4 Fisika Moderen*, Yogyakarta : Gadjah Mada University Press.
- [6]. Fitzpatrick, R., 1998, *Introduction to Plasma Physics*, The University of Texas at Austin.
- [7]. Liboff, R.I., 1992, *Introductory Quantum Mechanics, 2nd Edition*, USA : Addison-Wesley Pub. Co. Inc.
- [8]. Zettili, N., 2001, *Quantum Mechanics Concepts and Applications*, England : John Wiley & Sons. LTD.
- [9]. Wangness, R.K., 1986, *Electromagnetic Fields*, USA : John Wiley & Sons. Inc.