

## Analisis hamburan kuantum menggunakan diagram Feynman untuk kasus teori $\phi^3$

Septian Adhi Nugroho, Asep Yoyo Wardaya, dan Dwi P. Sasongko  
Departemen Fisika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro, Semarang  
Email : [septianadhi@st.fisika.undip.ac.id](mailto:septianadhi@st.fisika.undip.ac.id)

### ABSTRACT

Scattering is the most important key in particle physics. Quantum field theory/ QFT discusses much about scattering of the particles which are reviewed in any dimensions and depend on the lagrangian forms. In this  $\phi^3$  theory research, lagrangian concept along with the Green function become its based on the calculation of the generating function of Z[J]. The function is a generator when we analyze the forms of Feynman diagram. In the process of the calculation, we will have an infinite series. That function is used to determine the drawing of Feynman diagrams consist of the vertices and propagators. So that the form of diagram may be able to be analyzed. In this research, there will obtain an infinite series which has to be cut to second order for simplicity case. In the first order, we will obtain 2 types of diagram and in the second one we have 8 types of diagram. There are 10 types of the diagram in total which consist of 7 types of connected diagram and 3 types of disconnected diagram.

**Keywords:** scattering, QFT, lagrangian, Green function Feynman diagram, vertice, propagator, infinite series

### ABSTRAK

Hamburan merupakan konsep terpenting di dalam fisika partikel. Teori medan kuantum/ QFT banyak membahas tentang hamburan partikel yang dapat ditinjau dari beberapa dimensi dan tergantung dari bentuk lagrangiannya. Di dalam penelitian kasus teori  $\phi^3$  ini, konsep lagrangian dan fungsi Green menjadi dasar penjabaran pada perhitungan fungsi diagram Feynman. Pada kasus teori  $\phi^3$  terdapat suatu fungsi generasi Z[J]. Fungsi tersebut merupakan fungsi yang menjadi permulaan ketika menganalisis bentuk – bentuk diagram Feynman. Penjabaran dari fungsi generasi Z[J] pada prosesnya akan berujung pada suatu deret yang berorde tak berhingga. Fungsi tersebut nantinya akan diarahkan pada tergambaranya diagram Feynman dengan verteks dan propagator sehingga dapat dianalisis bentuk – bentuk diagram Fenymannya. Pada kasus teori  $\phi^3$  diperoleh deret tak berhingga sehingga perlu dibatasi sampai orde dua agar tidak terlalu rumit. Pada kasus teori  $\phi^3$  ini diperoleh 2 jenis diagram dari orde ke-1 dan 8 jenis diagram dari orde ke-2. Secara keseluruhan ada total 10 jenis diagram yang terdiri dari 7 jenis diagram terkoneksi dan 3 jenis diagram tak terkoneksi.

**Kata kunci:** hamburan, teori medan kuantum, lagrangian, fungsi Green, diagram Feynman, verteks, propagator, deret tak berhingga

### PENDAHULUAN

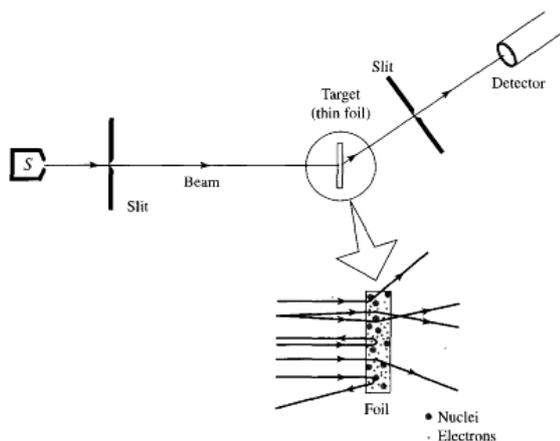
Hamburan merupakan aspek penting yang terdapat di dalam beberapa cabang ilmu fisika menurut Wardani dkk. (2016). Cabang ilmu fisika yang berkaitan sangat erat dengan pembahasan hamburan salah satunya adalah fisika partikel. Fisika partikel merupakan cabang ilmu fisika yang mempelajari tentang perilaku dan interaksi partikel-partikel elementer (partikel dasar) penyusun alam semesta [1].

Di dalam ranah fisika teoretik, mekanika kuantum merupakan salah satu cabang ilmu fisika yang fundamental. Mekanika kuantum merupakan dasar dari teori elektrodinamika kuantum/ QED dan kromodinamika kuantum/ QCD. Gerak dan interaksi dari partikel – partikel elementer (mikroskopis) disamping harus memperhitungkan faktor kendala juga harus mengikuti prinsip ketidakpastian Heisenberg dan kecepatan relativitas sehingga sudah tidak sesuai lagi apabila menggunakan

hukum II Newton. Namun demikian, hukum II Newton dan perumusan konsep lagrangian sangat berperan penting apabila kita membahas tentang hamburan. Selain itu, pembahasan tentang fungsi Green juga berdampingan dengan fungsi lagrangian di mana kedua konsep ini merupakan pondasi di dalam menjabarkan fungsi generasi yang terdapat pada perhitungan diagram Feynman.

Secara matematis untuk konsep diagram Feynman terdapat suatu fungsi yang dinamakan fungsi generasi  $Z[J]$ . Fungsi tersebut mengandung konsep lagrangian dan fungsi Green yang menjadi dasar untuk mendapatkan gambaran diagram Feynman melalui metode kalkulus diferensial dan *path integral*. Diagram-diagram yang dapat tergambar bergantung pada konsep perhitungan Feynman.

Salah satu konsep penting yang terkait dengan teori hamburan adalah konsep tampang lintang. Pada kasus tumbukan klasik, terdapat hamburan suatu partikel yang terpusat (yang berkaitan dengan gaya Coulomb). Di dalam praktiknya, terdapat sebuah model untuk menggambarkan hamburan partikel bermuatan pada sebuah target yaitu thin foil/ kertas perak yang sangat tipis [2].



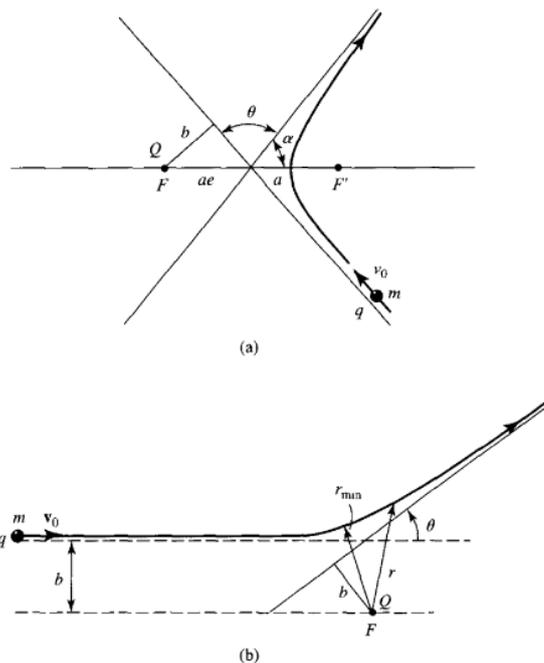
**Gambar 1.** Ilustrasi sebuah eksperimen untuk hamburan partikel bermuatan dari suatu target berupa foil/ kertas perak tipis [2].

Kemudian didefinisikan tampang lintang totalnya yang diberikan oleh

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \int |f(\theta, \phi)|^2 d\Omega \quad (1)$$

sehingga muncul suatu definisi baru yaitu  $f(\theta, \phi)$  yang merepresentasikan amplitudo hamburan [2]. Dengan demikian, nilai amplitudo hamburan dapat diartikan secara fisis sebagai banyaknya partikel yang terhambur dengan sudut ruang  $d\Omega$  dari suatu potensial tertentu [3].

Pada contoh pada kasus hamburan repulsif dari partikel bermuatan positif oleh medan Coulomb. Partikel pertama bermuatan  $q$ , bermassa  $m$  dan memiliki kecepatan  $v_0$  mendatangi pada sebuah target inti dengan muatan positif  $Q$  dan massa diam  $M$  yang dapat dideskripsikan pada gambar 2(a) dan 2(b).



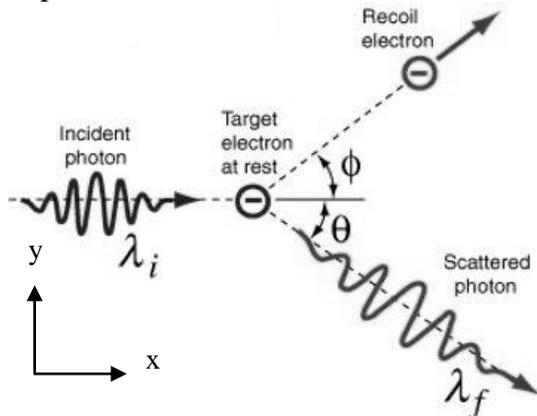
**Gambar 2(a).** Trayektori hiperbolik dari partikel bermuatan positif  $q$  dalam sebuah medan dari pusat gaya bermuatan positif  $Q$  pada medan gaya tolak.  $\theta$  adalah sudut hamburan dan  $b$  adalah parameter tumbukan. **(b)**Memperlihatkan hubungan di antara  $r$ ,  $r_{min}$ ,  $b$  dan  $\theta$  [2].

Pada akhirnya diperoleh suatu definisi tampang lintang diferensial untuk konsep klasik yang diberikan oleh persamaan

$$|f(\theta, \phi)|^2 = \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{k_c q Q}{4E} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\frac{1}{2}\theta)} \quad (2)$$

Persamaan (2) merupakan nilai dari tampang lintang diferensial untuk kasus hamburan klasik. Tampang lintang diferensial ini memiliki arti fisis bahwa setiap partikel yang terhambur per satuan sudut ruang  $d\Omega$ .

Berbagai model hamburan yang ada baik hamburan klasik maupun semi klasik salah satu di antaranya adalah model hamburan yang dicetuskan oleh Arthur H. Compton.



**Gambar 3.** Foton sinar-X terhambur oleh elektron bebas [4].

Didefinisikan nilai  $\Delta\lambda$  merupakan pergeseran gelombang Compton (*Compton wave shift*) yang bergantung pada sudut hamburan  $\theta$  dari partikel yang terhambur (foton).

$$\Delta\lambda = \lambda_f - \lambda_i = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos \theta) \quad (3)$$

Pergeseran gelombang ini dapat disimpulkan bahwa panjang gelombang foton setelah terjadinya hamburan lebih besar daripada sebelum terjadinya hamburan. Dengan demikian energi yang dimiliki oleh foton mengecil dari energi ketika foton datang karena telah bertumbukan dengan elektron [4].

Sedangkan untuk pembahasan mengenai teori hamburan kuantum dapat memunculkan dua kasus, yaitu

- Partikel yang terhambur berubah dari keadaan awal dengan keadaan momentum tertentu menjadi keadaan akhir dengan momentum yang berubah tetapi mempunyai energi yang sama.
- Penggunaan teori gangguan yang bergantung pada waktu. Dalam pendekatan ini, keseluruhan proses dianggap sebagai hamburan gelombang oleh suatu target penghadang.

Untuk permasalahan pertama, misalkan suatu partikel bergerak ke arah kanan yang mempunyai momentum awal  $\hbar\mathbf{k}$ . Setelah partikel tersebut dihamburkan oleh target dan menyimpang dengan sudut  $\theta$  akan mempunyai momentum akhir  $\hbar\mathbf{k}_b$ , yang selanjutnya akan ditangkap oleh detektor. Pada bagian ini kita ingin menghitung kebolehjadian gangguan per satuan waktu yang cocok diterapkan untuk kasus banyak partikel. Diasumsikan  $H_0$  sebagai energi kinetik partikel – partikel bebas. Kemudian partikel tersebut menuju target dan terhambur dengan nilai hamiltonian gangguan,  $H'$ , setelah terhambur adalah kecil jika dibandingkan dengan nilai  $H_0$ . Jika diambil fungsi gelombang partikel bebas yang bergantung waktu sebagai  $\psi_a$  dan keadaan akhir dari partikel-partikel setelah dihamburkan sebagai  $\psi_b$  serta fungsi gelombang totalnya sebagai  $\psi$ . Probabilitas menemukan partikel  $P_b$  pada keadaan  $\psi_b$  selama selang waktu  $t$  diberikan oleh [5]

$$P_b = |C_b(t)|^2 \quad (4)$$

Laju transisi total untuk menemukan suatu partikel dari keadaan  $a$  ke keadaan  $b$  dituliskan sebagai

$$R_b = \frac{d}{dt} |C_b(t)|^2 = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle b | H' | a \rangle|^2 \rho(E_b) \quad (5)$$

Rumus diatas dikenal sebagai *Fermi golden rule* (kaidah emas Fermi) yang

mengungkapkan laju transisi yang konstan. Didefinisikan

$$\rho(E_b) = \frac{dN_b}{dE} = \frac{Vm}{(2\pi\hbar)^3} p d\Omega \quad (6)$$

dimana

$$N_b = \frac{V}{3} \frac{p^3 d\Omega}{(2\pi\hbar)^3} \quad \text{dan} \quad E = \frac{p^2}{2m} \quad (7)$$

Penampang absorpsi spektral  $\sigma(\omega)$  dapat didefinisikan sebagai luas penampang efektif dari atom yang ditinjau dalam penyerapan energi radiasi per satuan kurun frekuensi. Terdapat hubungan dari luas penampang tersebut sebagai

$$d\sigma = \left( \frac{mV}{2\pi\hbar^2} \right)^2 \left| \langle b | H' | a \rangle \right|^2 d\Omega \quad (8)$$

sehingga diperolehampang lintang diferensial sebagai berikut

$$|f(\theta, \phi)|^2 = \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{mV}{2\pi\hbar^2} \right)^2 \left| \langle b | H' | a \rangle \right|^2 \quad (9)$$

atau diperoleh nilai dari amplitudo hamburannya sebagai

$$|f(\theta, \phi)| = \left( \frac{mV}{2\pi\hbar^2} \right) \left| \langle b | H' | a \rangle \right| \quad (10)$$

Persamaan (10) pertama kali dikemukakan oleh Max Born tahun 1926 tentang kajian awal dari teori hamburan kuantum. Terlihat nilai kuadrat amplitudo hamburan kuantum pada persamaan (9) dengan jelas berbeda apabila dibandingkan dengan nilai kuadrat amplitudo hamburan klasik pada persamaan (2).

Di dalam perhitungan hamburan kuantum terdapat suatu fungsi generasi yang melibatkan berbagai fungsi seperti fungsi Green [6].

$$\nabla^2 \left( \frac{1}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \right) = \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^3k}{(2\pi)^3} e^{ik(\mathbf{r}-\mathbf{r}')} \quad (11)$$

Lagrangian merupakan suatu konsep pokok yang dikembangkan dari hukum II Newton di dalam mekanika klasik. Konsep

lagrangian lebih sederhana dibandingkan dengan hukum II Newton karena pada lagrangian konsep kendala telah dimasukkan pada perhitungan lagrangian tersebut. Di dalam mekanika yang lebih lanjut, lagrangian sering digunakan untuk memulai sebuah asumsi yang dapat dibuktikan kesetaraannya dengan hukum II Newton.

Pada kasus teori medan didefinisikan satu set koordinat  $q_t(t)$  dengan turunan terhadap waktunya  $\dot{q}_t(t)$  untuk menggambarkan konfigurasi sistem. Kemudian definisi dua objek matematis  $L$  dan aksi  $\mathcal{A}$ , hubungannya adalah

$$\mathcal{A} = \int_{t_1}^{t_2} dt L(q_t(t), \dot{q}_t(t), t) \quad (12)$$

lagrangian  $L$  adalah fungsi dari koordinat  $q_t$  dan kelajuan  $\dot{q}_t$ , dan  $t_1$  dan  $t_2$  adalah waktu inisial dan akhir antara evolusi yang sedang dipelajari [7].

Di sini didapatkan nilai yang berbeda yang dapat menunjukkan medan bebas (*independent fields*) dari lagrangian  $L$ . Oleh karena kita sedang membahas tentang medan fundamental, dengan demikian seharusnya tidak diharapkan adanya kemunculan dan hilangnya energi maupun momentum pada sistem. Jadi, lagrangian tidak bergantung secara jelas pada koordinat ruang-waktu, sehingga aksi  $\mathcal{A}$  dapat dituliskan sebagai berikut

$$\mathcal{A} = \int_{\Omega} d^4x \mathcal{L}(\Phi^A(x), \partial_{\mu} \Phi^A(x)) \quad (13)$$

di mana daerah integrasi  $\Omega$  adalah region ruang-waktu. Biasanya  $\Omega$  diambil untuk seluruh ruang-waktu untuk memudahkan perhitungan. Di persamaan (13) muncul simbol  $\mathcal{L}$  (dibaca: viz), rapat lagrangian/*lagrangian density* atau biasanya disebut lagrangian saja, untuk membedakan lagrangian total  $L$  dan lagrangian bebas  $\mathcal{L}_0$  didefinisikan sebagai [7]

$$\mathcal{L}_0 = \frac{1}{2} (\partial^{\mu} \phi \partial_{\mu} \phi - m^2 \phi^2) \quad (14)$$

Di dalam kasus hamburan kuantum, terdapat suatu pemodelan untuk mendeskripsikan hamburan partikel. Untuk hamburan partikel kuantum sangatlah berbeda dengan konsep hamburan yang ada pada konsep hamburan klasik maupun semi-klasik. Perbedaan yang sangat mencolok ialah ketika hamburan kuantum memiliki hasil perhitungan dalam bentuk suatu deret. Deret tersebut dapat dipotong hingga orde tertentu untuk penyederhanaan. Dalam pembahasan kasus hamburan kuantum ini diagram Feynman dicetuskan untuk membuat model hamburan kuantum.

Untuk mengilustrasikan model perhitungan dari diagram Feynman dapat didekati dengan fungsi matematika sebagai berikut

$$Z_t = \int_{\mathbb{R}^n} d\vec{x} e^{-it \left( \frac{1}{2} \lambda_{ij} x^i x^j + it \lambda_{ijk} x^i x^j x^k \right)} \quad (15)$$

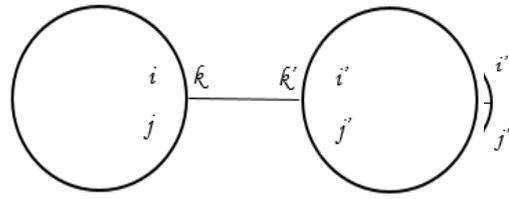
Dengan menggunakan ekspansi deret Taylor dan asimtot maka didapatkan perkalian yang mengandung suatu bentuk integral atau disebut konsep penghitungan Feynman.

$$\int_{\mathbb{R}^n} d\vec{x} \left\{ \exp \left( i \frac{1}{2} \lambda_{ij} x^i x^j \right) \right\} \left( \lambda_{ijk} x^i x^j x^k \right)^{2m} \\
= \left[ \left( \lambda_{ijk} \frac{-i\partial}{\partial J_i} \frac{-i\partial}{\partial J_j} \frac{-i\partial}{\partial J_k} \right)^{2m} \int_{\mathbb{R}^n} d\vec{x} \left\{ \exp \left( i \frac{1}{2} \lambda_{ij} x^i x^j + i J_i x^i \right) \right\} \right]_{J=0} \\
\propto \left[ \left( \lambda_{ijk} \frac{-i\partial}{\partial J_i} \frac{-i\partial}{\partial J_j} \frac{-i\partial}{\partial J_k} \right)^{2m} \exp \left( -i \frac{1}{2} \lambda^{ij} J^i J^j \right) \right]_{J=0} \quad (16)$$

di mana  $\lambda^{ij}$  adalah inverse dari  $\lambda_{ij} : \lambda_{ij} \lambda^{jk} = \delta_i^k$ . Persamaan (16) memiliki faktor kombinasi dan deret  $i$  dapat merupakan komponen yang nantinya akan membentuk suatu diagram yang memiliki jumlah verteks  $2m$  dari pangkatnya. Sehingga dari pemahaman tersebut dapat dievaluasi bahwa penjumlahan dengan verteks  $2m$  di mana kontribusi tiap diagram adalah perkalian antara  $\lambda_{ijk}$  untuk tiap verteks dan  $\lambda^{ij}$  untuk

tiap busur (propagator). Sedangkan verteks merupakan suatu titik pertemuan yang memiliki tiga kaki atau lebih. Gambar 4(a) dan 4(b) di bawah ini merupakan contoh dua jenis diagram Feynman dengan faktor  $m = 1$ .

$$\lambda_{ijk} \lambda_{i'j'k'} \lambda^{ii'} \lambda^{jj'} \lambda^{kk'} \quad (a)$$



$$\lambda_{ijk} \lambda_{i'j'k'} \lambda^{ij} \lambda^{kk'} \lambda^{i'j'} \quad (b)$$

**Gambar 4.** Diagram yang terbentuk dari perhitungan  $Z_t$  dengan loop  $2m$  ( $m=1$ ) [8].

Di dalam tingkat penelitian yang sederhana, untuk penggambaran diagram Feynman pada kasus teori  $\phi^3$  di dalam ruang tiga dimensi fungsi generasi  $Z[J]$  merupakan formulasi awal yang akan dihasilkan suatu bentuk deret orde yang tak berhingga. Dengan demikian masalah yang dikaji pada penelitian ini adalah penjabaran fungsi generasi  $Z[J]$  pada teori  $\phi^3$  dengan menggunakan konsep diagram Feynman. Kemudian masalah kedua yang timbul adalah bagaimana analisis bentuk-bentuk diagram Feynman pada kasus teori  $\phi^3$  yang dibatasi hingga orde tertentu.

## METODE PENELITIAN

Pada penelitian ini ada beberapa materi dasar yang perlu diperhatikan, antara lain

1. Partikel diasumsikan terhambur secara kuantum.
2. Fungsi yang dipakai adalah fungsi generasi  $Z[J]$  yang mengandung konsep lagrangian dan fungsi Green.

3. Kasus khusus teori  $\phi^3$  diambil pada penelitian ini dengan alasan penelitian yang sederhana dan sesuai dengan derajat Strata-1 (S-1).
4.  $V(\phi) = \phi^3$  merupakan potensial skalar dari lagrangian.

Adapun batasan masalah yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

1. Ruang lingkup penelitian untuk kasus khusus teori  $\phi^3$  hanya berlaku untuk kasus tiga dimensi.
2. Perhitungan untuk kasus khusus teori  $\phi^3$  ini hingga orde deret ke-2.
3. Faktor koreksi dan gangguan hanya memiliki sumbangan kecil di dalam penelitian ini sehingga dapat diabaikan keberadaannya.

Penjabaran fungsi  $Z[J]$  yang berhubungan dengan perhitungan diagram Feynman pada penelitian tentang teori  $\phi^3$  ini adalah berujung pada sebuah deret tak berhingga. Beberapa variabel yang telah disinggung pada sub-bab sebelumnya dilibatkan di dalam penjabaran fungsi generasi  $Z[J]$ .

Analisis bentuk-bentuk diagram Feynman pada kasus teori  $\phi^3$  ini didasarkan pada pemahaman perhitungan diagram Feynman secara lebih dalam yaitu melibatkan konsep penentuan propagator dan verteks. Konsep tersebut berkaitan dengan hasil penjabaran fungsi generasi  $Z[J]$  dan perhitungan dari Feynman.

Penjabaran fungsi  $Z_t$  telah dilakukan pada bab sebelumnya di mana fungsi tersebut adalah fungsi awalan dari pendekatan perhitungan Feynman. Pada akhirnya penjabaran tersebut memberikan kontribusi terhadap pembentukan diagram (a) dan (b) pada gambar 2.6 dengan faktor  $m = 1$ . Sedangkan untuk diagram Feynman dimulai dari rumus generasi berikut

$$Z[J] = \int [d\phi] \exp\{i \int d^4x (\mathcal{L} + \phi J)\} \quad (17)$$

di sini  $Z[J]$  merupakan fungsi dari  $J(x)$ ,  $[d\phi]$  merupakan diferensial fungsi potensial sembarang,  $\mathcal{L}$  merupakan lagrangian, dan  $J(x)$  fungsi penambah yang berasal dari sumber luar, dan dikenalkan bentuk sumber lain yaitu  $\phi(x)J(x)$  di dalam fungsi integral tersebut. Pendiferensiasi fungsi pada persamaan (17) dengan menggunakan proses limit [9].

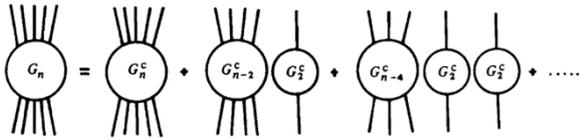
$$G_n(x_1, \dots, x_n) = \frac{(-i)^n}{Z[0]} \frac{\delta^n Z[J]}{\delta J(x_1) \dots \delta J(x_n)} \Big|_{J=0} \quad (18)$$

Misalkan suatu fungsi Green dua titik  $G_2(x_1, x_2)$  merepresentasikan propagator yang membentuk suatu garis internal dari dua buah titik sembarang [10]. Oleh Muta (1987), propagator di dalam diagram Feynman digambarkan seperti pada gambar 3.1 dan menyatakan suatu propagasi partikel dari  $x_1$  ke  $x_2$  (atau sebaliknya).

Fungsi Green pada persamaan (18) merupakan fungsi umum, (fungsi Green yang tidak terkoneksi (*disconnected Green function* atau *original Green function*) atau  $G_n$ . Terdapat pula fungsi Green yang terkoneksi (*connected Green function*) yang dapat dinyatakan dalam  $W[J]$ .

$$G_n^c(x_1, \dots, x_n) = (-i)^{n-1} \frac{\delta^n W[J]}{\delta J(x_1) \dots \delta J(x_n)} \Big|_{J=0} \quad (19)$$

Secara diagramatis hubungan antara  $G_n$  dengan  $G_n^c$  dinyatakan dalam Gambar 5. Secara fisis dapat diungkapkan bahwa partikel yang menghambur sebanyak  $n$  jumlah, masuk melewati suatu penampang lintang pada  $G_n$  dan keluar dari sisi yang lain. Sehingga dapat dibentuk menjadi suatu deret tak berhingga yang terdiri dari  $G_n^c$  [9].



**Gambar 5.** Fungsi Green  $G_n$  (original Green function/ disconnected Green function) dari persamaan (2.45) dijabarkan dalam beberapa bentuk fungsi Green yang terkoneksi (connected Green function)  $G_n^c$ .

### HASIL DAN PEMBAHASAN

Dengan generator fungsi pada persamaan (7) maka dapat diturunkan fungsi untuk penggambaran diagram Feynman pada kasus teori  $\phi^3$ .

$$Z[J] = Z_0[J] \{1 - gz_1[J] + g^2 z_2[J] + O(g^3)\} \quad (20)$$

Indeks bawah pada suku  $z_1[J]$  dan  $z_2[J]$  menyatakan orde deret, di mana untuk orde ke-1 diberikan

$$z_1[J] = \frac{i^2}{2!} \int dx_1 \Delta_{11} (\Delta_1 J_1) + \frac{i^3}{3!} \int dx_1 (\Delta_1 J_1) (\Delta_1 J_2) (\Delta_1 J_3) \quad (21)$$

sedangkan untuk orde ke-2 diberikan oleh

$$z_2[J] = \frac{1}{2(3!)^2} \int dx_1 dx_2 \{6i^3 \Delta_{12}^3 + 9i^3 \Delta_{11} \Delta_{12} \Delta_{22} + 9i^4 \Delta_{11} \Delta_{22} (\Delta_1 J_1) (\Delta_2 J_2) + 18i^4 \Delta_{11} \Delta_{12} (\Delta_2 J_1) (\Delta_2 J_2) + 18i^4 \Delta_{12}^2 (\Delta_1 J_1) (\Delta_2 J_2) + 6i^5 \Delta_{11} (\Delta_1 J_1) (\Delta_2 J_2) (\Delta_2 J_3) (\Delta_2 J_4) + 9i^5 \Delta_{12} (\Delta_1 J_1) (\Delta_1 J_2) (\Delta_2 J_3) (\Delta_2 J_4) + i^6 (\Delta_1 J_1) (\Delta_1 J_2) (\Delta_1 J_3) (\Delta_2 J_4) (\Delta_2 J_5) (\Delta_2 J_6)\} \quad (22)$$

dengan  $\Delta_{ij}$  dan  $(\Delta_i J_j)$  didefinisikan sebagai

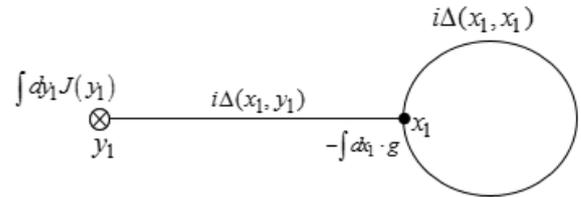
$$\Delta_{ij} = \Delta(x_i, x_j); i, j = 1, 2$$

$$(\Delta_i J_j) = \int dy_j \Delta(x_i, y_j) J(y_j); i = 1, 2$$

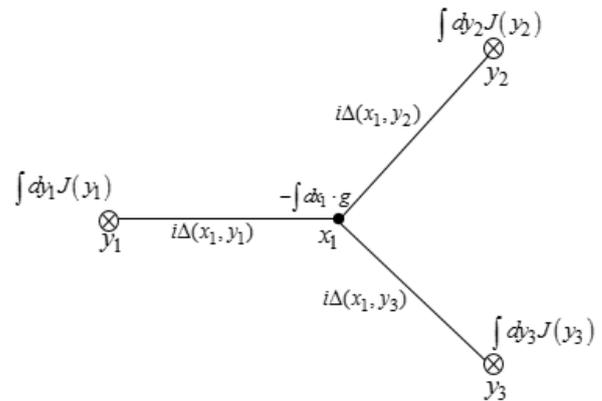
$$j = 1, 2, 3, 4 \quad (23)$$

Analisis bentuk-bentuk diagram pada pembahasan ini didasarkan pada persamaan (21) yang terdiri dari dua buah fungsi yaitu  $z_1[J]$  pada persamaan (22) dan  $z_2[J]$  pada persamaan (23). Masing-masing fungsi

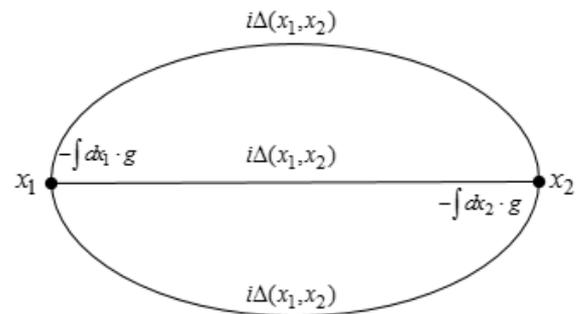
tersebut menyatakan orde dari deret pada kasus teori  $\phi^3$ .



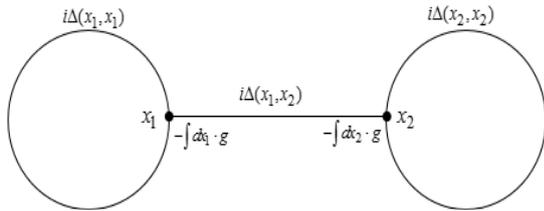
**Gambar 6.** Diagram Feynman untuk suku pertama  $i^2 \int dx_1 \Delta_{11} (\Delta_1 J_1)$  pada orde pertama



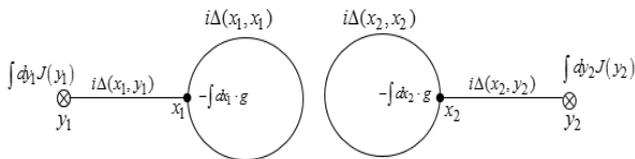
**Gambar 7.** Diagram Feynman untuk suku kedua  $i^2 \int dx_1 (\Delta_1 J_1) (\Delta_1 J_2) (\Delta_1 J_3)$  pada orde pertama



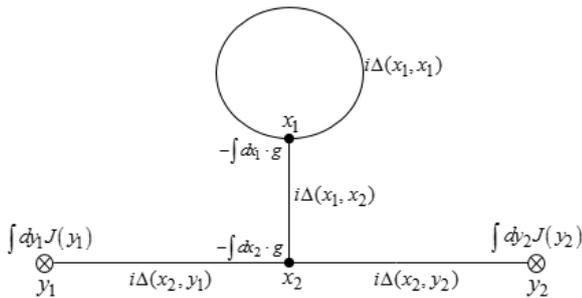
**Gambar 8.** Diagram Feynman untuk suku pertama  $\int dx_1 dx_2 6i^3 \Delta_{12}^3$  pada orde kedua



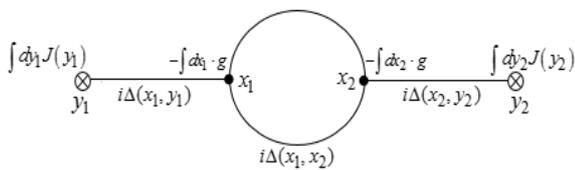
**Gambar 9.** Diagram Feynman untuk suku kedua  $\int dx_1 dx_2 9i^3 \Delta_{11} \Delta_{12} \Delta_{22}$  pada orde kedua



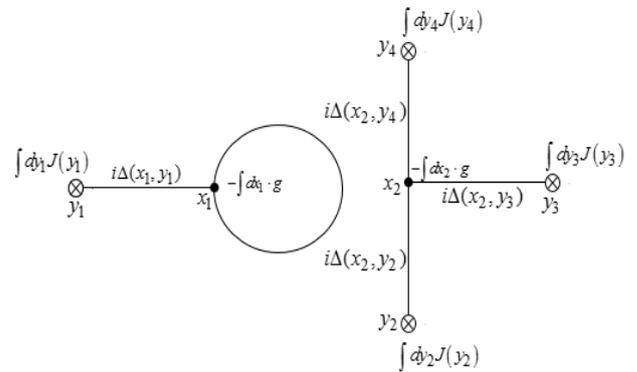
**Gambar 10.** Diagram Feynman untuk suku ketiga  $\int dx_1 dx_2 9i^4 \Delta_{11} \Delta_{22} (\Delta_1 J_1) (\Delta_2 J_2)$  pada orde kedua



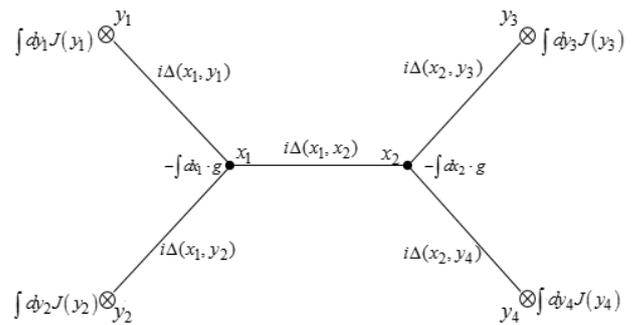
**Gambar 11.** Diagram Feynman untuk suku keempat pada orde kedua  $\int dx_1 dx_2 8i^4 \Delta_{11} \Delta_{22} \int dy_1 \Delta(x_2, y_1) J(y_1) \int dy_2 \Delta(x_2, y_2) J(y_2)$



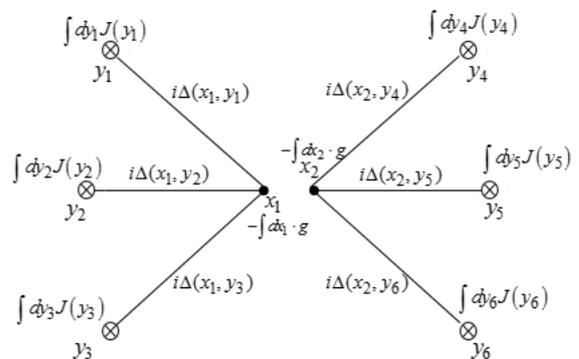
**Gambar 12.** Diagram Feynman untuk suku kelimpada orde kedua  $\int dx_1 dx_2 18i^4 \Delta_{11}^2 \int dy_1 \Delta(x_1, y_1) J(y_1) \int dy_2 \Delta(x_2, y_2) J(y_2)$



**Gambar 13.** Diagram Feynman untuk suku keenampada orde kedua  $\int dx_1 dx_2 6i^5 \Delta_{11} \int dy_1 \Delta(x_1, y_1) J(y_1) \int dy_2 \Delta(x_2, y_2) J(y_2) \otimes \int dy_3 \Delta(x_2, y_3) J(y_3) \int dy_4 \Delta(x_2, y_4) J(y_4)$



**Gambar 14.** Diagram Feynman untuk suku ketujuh pada orde kedua  $\int dx_1 dx_2 9i^5 \Delta_{12} \int dy_1 \Delta(x_1, y_1) J(y_1) \int dy_2 \Delta(x_1, y_2) J(y_2) \otimes \int dy_3 \Delta(x_2, y_3) J(y_3) \int dy_4 \Delta(x_2, y_4) J(y_4)$



**Gambar 15.** Diagram Feynman untuk suku kedelapan pada orde kedua

$$\int dx_1 dx_2 i^6 \int dy_1 \Delta(x_1, y_1) J(y_1) \int dy_2 \Delta(x_1, y_2) J(y_2) \otimes$$

$$\otimes \int dy_3 \Delta(x_1, y_3) J(y_3) \int dy_4 \Delta(x_2, y_4) J(y_4) \otimes$$

$$\otimes \int dy_5 \Delta(x_2, y_5) J(y_5) \int dy_6 \Delta(x_2, y_6) J(y_6)$$

Dengan demikian dapat diperoleh total 8 jenis diagram yang terbentuk untuk orde ke-2 di mana ada tiga jenis diagram terpisah (*disconnected*) dan lainnya yang berjumlah lima jenis diagram merupakan diagram tergabung (*connected*).

### KESIMPULAN

Penjabaran secara matematis fungsi generasi  $Z[J]$  pada kasus teori  $\phi^3$  menghasilkan suatu deret tak hingga namun di dalam penelitian ini hanya dibatasi hingga orde ke-2 saja. Untuk orde yang lebih tinggi dibutuhkan faktor koreksi yang lebih besar sehingga sangat rumit untuk diselesaikan. Pada analisis bentuk – bentuk diagram Feynman untuk kasus khusus teori  $\phi^3$  diperoleh sebanyak total 10 jenis diagram, yakni orde ke-1 didapatkan 2 jenis diagram dan untuk orde ke-2 didapatkan 8 jenis diagram. Sedangkan total keseluruhan untuk diagram Feynman yang terbentuk terdiri dari diagram terkoneksi (*connected*) terdapat 7 jenis diagram (2 jenis diagram pada orde ke-1 dan 5 jenis diagram pada orde ke-2) dan diagram yang tidak terkoneksi (*disconnected*) terdapat 3 jenis diagram.

### UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis utama mengucapkan terimakasih kepada pak Asep Yoyo dan pak Dwi P. Sasongko selaku dosen pembimbing yang selalu membimbing penulis dalam menyelesaikan penelitian tugas akhir ini.

### DAFTAR PUSTAKA

- [1] Wardani, N.M., Wardaya, A.Y, dan Nur, M. (2016) Total Scattering Cross Section by Diatomic Molecules, *Advances in Physics Theories and Applications*, **54**, 24.
- [2] Arya, A.P. (1990), *Introduction to Classical Mechanics, 2nd edition*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.
- [3] Dhani, A. (1981) *Diklat Kuliah Mekanika Kuantum (PAF 430)*, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Yogyakarta.
- [4] Sanghera, P. (2011) *Quantum Physics for Scientists and Technologists*, John Wiley & Sons Inc., Canada.
- [5] Tjia, M.O. (1999), *Mekanika Kuantum*, Penerbit ITB, Bandung.
- [6] Wardaya, A.Y. (2013) *Aplikasi Matematika untuk Fisika dan Teknik*, Graha Ilmu, Yogyakarta.
- [7] Lahiri, A., dan Pal, P.B. (2001), *A First Book of Quantum Field Theory*, Alpha Science International Ltd., India.
- [8] Bar-Natan, D. (1995) Perturbative Chern-Simons Theory, *Journal of Knot Theory and Its Ramifications*, **4**, 5-6.
- [9] Muta, T. (1987), *Foundations of Quantum Chromodynamics: an Introduction to Perturbative Methods in Gauge Theories*, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore.
- [10] Barr, A.J. (2014), *Feynman Diagrams*, Oxford University Press, Oxford.